北京大学新结构经济学研究院
Institute of New Structural Economics

新结构经济学工作论文
Working Paper Series of New Structural Economics

No.C2018003 **2018-2-5**

产业动态、国际贸易与经济增长

王勇[①]

内容提要

本文构建了一个具有两个大国的新结构经济学理论模型，讨论国际贸易与动态贸易政策将如何影响产业的动态生命周期和宏观经济增长。模型得出解析解，最主要的理论发现有两点：（1）产业升级和宏观经济增长是内生性地同步进行的，而且，当且仅当跨期替代弹性大于 1 时，发生在贸易伙伴国的投资专属的技术进步（investment-specific technology progress，简称 ISTP）才会促进本国的产业升级和总体经济增长。（2）贸易自由化的加速对宏观产出增长和产业动态的影响是非单调的。

关键词：产业动态； 国际贸易； 经济增长

JEL 编码： F43，L16，O41

感谢 Lorenzo Caliendo，Arnaud Costinot，Alan Deardorff，Jiandong Ju，Tim Kehoe，Andrei Levchenko，Peter Schott，Jaume Ventura，Mike Waugh，Kei-Mu Yi，and Jing Zhang 的评论意见。本文 曾在 Dallas Fed，Singapore Management University，Peking University，AEA Meeting，HKUST international conferences on macroeconomics and trade ，and conference on New Structural Economics 等讲座和会议上报告过.。作者感谢香港科技大学 DAG 和 GRF grant (No. 644112) 对本研究的资助。感谢王鹏宇对本文的编辑协助。

[①] 作者为芝加哥大学经济学博士，北京大学新结构经济学研究院学术副院长。电子邮件：yongwang@nsd.pku.edu.cn. 电话：18810668170. 邮政地址：北京市海淀区颐和园路 5 号北京大学英杰交流中心 416N 室。

一、引言

国际贸易如何影响经济增长与产业动态？本文试图从新结构经济学的视角构建一个正式的理论模型以求在一个易于处理的统一的框架下分析这两个重要的问题。

其中的第一个问题已有大量的研究，但是远未得到解决，相关实证研究的结果尤其复杂。一方面，有实证证据支持国际贸易有助于提升收入水平和（或）经济增长率（Sachs & Warner, 1995; Frankel & Romer, 1999; Wacziarg & Welch, 2008）。但另一方面，也有研究者对这些结论的合理性产生怀疑（Rodriguez & Rodrik, 2001; McMillan & Rodrik, 2011）。[①] 因此，本文的第一个目标是对这一相反的实证发现给出理论上的统一解释。我们证明贸易和贸易政策对经济增长的影响有可能是非单调的。在自由贸易的条件下，经济收敛和发散均可能出现， 取决于贸易伙伴国是否有更快速的投资专属性技术进步率（下文简称 ISTP）。而 ISTP 最初是由 Greenwood, Hercowitz & Krusell（1997）首先提出的，用以研究封闭经济体下的经济增长。我们进一步证明，根据跨期替代弹性是否大于 1，本国产出的增长有可能被贸易伙伴国的 ISTP 促进或者抑制。这是因为当国外 ISTP 增加时，存在着两种相互竞争的效应。一种是跨期贸易条件效应（intertemporal terms-of-trade effect）: 国外 ISTP 增加使得进口品随时间变得愈发便宜，所以这种效应趋向于使得本国消费者用将来的进口消费替代当期的进口消费，从而提升了本国储蓄率和产出增长率。另一种是市场规模扩大效应（market-size expansion effect）: 国外 ISTP 增加促使本国对外出口的扩大，从而本国家庭收入不断增加，而这种收入效应趋向于增加当期消费，从而降低储蓄率和产出增长率。当跨期替代弹性等于 1 时，这两种效应完全相互抵消。当弹性大于 1 时，跨期贸易条件效应（本质为跨期替代效应）占主导地位，因此产出增长被国外的 ISTP 所促进。反之则反是。

本文还刻画了关税的任意动态调整对于产出和消费增长的影响。研究发现，贸易自由化的速度及跨期替代弹性的大小均非常重要。如果关税固定，则它对经济增长率并无影响。但是如果当本国单边地加快贸易自由化，若跨期替代弹性大于 1，则本国的消费增长率和产出增长率均先增加后减少。另一方面，当贸易伙伴国单边地加快贸易自由化时，无论跨期替代弹性如何，均会提高本国的消费增长率，尽管这种提高的边际效应会随着时间逐渐减弱。相比之下，当跨期替代弹性低于 1 时，对产出增长的影响会变得完全相反。这些理论结论启示我们，在文献中贸易自由化对增长的影响在实证上结果往往模棱两可，这很可能是因为局限于对贸易政策的比较静态分析，而没有充分挖掘动态贸易政策的作用。本文对于文献的主要贡献之一，是在国际贸易及动态贸易政策如何影响经济增长的问题中，我们首次强调了跨期替代弹性所扮演的重要作用。

本文的第二个目标是在微观层面上探索国际贸易和动态贸易政策对工业化（经济起飞）和产业动态生命周期的影响。现存的结构转型的文献，绝大多数是通过使用封闭经济模型研究农业、工业和服务业这三个行业的结构组成的演变（即库兹涅茨事实）。值得关注的例外包括有 Mastuyama（1992, 2009），他的研究显示行业生产率的提高对结构转型的影响在封闭经济体和在开放经济体中有可能截然相反。Uy, Yi & Zhang（2013）表明国际贸易在驱动韩国的结构转型中具有非常重要的定量影响。与这些单要素的李嘉图贸易的分

[①] 全面的理论概述包括 Grossman & Helpman（1991）和 Ventura（2005）。Edwards（1993）和 Baldwin（2004）提供了关于实证文献的概述。

析不同，本文研究的是在一个两要素的内生增长模型中，国际贸易是如何影响经济起飞（工业化）的。我们展示了贸易伙伴国的 ISTP 是如何影响相对后进国家（即工业化起步晚于贸易伙伴国的国家）的工业化起飞时间的，然而贸易对于先进国家工业化起步的时点并没有影响。

本文模型突出强调了，在沿着总量增长路径上，内生的资本积累在驱动所有交替的微观产业的动态生命周期中的重要作用。因此，本模型与动态赫克歇尔-俄林（Heckscher-Ohlin，下文简称 HO）文献密切相关。Ventura（1997）构建了一个含有 HO 贸易的两部门新古典增长模型用来解释为什么二战后日本等国长期维持高速的经济增长但是却能够一直维持很高的储蓄率。该模型主要想说明的理论机制是国际贸易使得要素价格均等化，从而资本回报率在同一个多样化锥（diversification cone）内是不变的。因此，尽管资本积累速度很快，但是资本回报率却一直能够维持在较高水平上，从而使得储蓄率也长期维持较高水平。通过放松 Ventura（1997）中一些限制性假设，Bajona & Kehoe（2010）认为要素价格的均等化并不是能够永远得到满足的。根据可贸易商品间的替代弹性的不同，他们用数值模拟的方式来证明经济收敛和发散均有可能出现。Caliendo（2011）解析地刻画了在柯布-道格拉斯（Cobb-Douglas）技术下传统 2x2 的 HO 模型的全部动态，经济发散在其中同样被证明是可能的。[①]

与上述模型中只存在两个可贸易部门的假设不同，在本文的经济环境中存在无穷多个具有不同资本密集程度的产业。这种设定更加符合现实：即使单看制造业，它也包括从劳动密集型的纺织服装行业，到资本密集型的航空及精密仪器行业等非常多的子行业。这种多锥(multiple cones) 的设定，使得我们能够在微观的层面探究在无穷无尽的产业升级过程中，贸易对于每一个产业的动态生命周期的影响。本文推导出了模型的封闭解，刻画了如下的产业动态模式：随着资本不断内生的积累，达到一定的阈值时，会有一个新的产业出现、繁荣、然后下降，在其下降过程中逐渐地由一个资本更加密集的新产业取代。而新的产业也是出现、繁荣，并最终下降而逐渐被资本更密集的产业替代，如此循环往复。[②]这种驼峰状的动态生命周期特征与实证研究中的事实相符合（参见 Chenery *et al*, 1986; Schott, 2003； Lin, Ju and Wang , 2015）。[③]在本文模型中，总体经济增长和微观层次上的产业动态具有内生的同步性，因此，前述国际贸易和动态贸易政策对整体经济增长的影响，同样适用于对产业动态的影响。更确切地说，当且仅当跨期替代弹性超过 1 时，贸易伙伴国的 ISTP 将促进本国的产业升级。加速的贸易自由化对产业动态的影响也是非单调的。此外，先进国家的每个产业周期寿命，在贸易伙伴国的经济起飞之前与之后是不相同的。

[①]文献中也有研究在小型开放经济中动态 HO 模型的增长问题，如 Findlay（1970）, Stiglitz（1970）, Mussa（1978）, Atkeson & Kehoe（2000）, Chatterjee & Shukayev（2012）, Ju, Lin & Wang（2015）等。然而，本文为两大国模型，其中内生决定的贸易条件效应对于本文的主要结论至关重要。

[②]关于多锥 HO 模型的理论研究，大多数为静态模型（如 Dornbusch, Fischer & Samuelson, 1980）或者虽然动态但是将储蓄率设定为外生的模型（如 Leamer, 1987）。

[③] Ju, Lin & Wang（2015）用从 1958 到 2005 年美国制造业部门的数据证实了驼峰型的产业动态事实。此数据基于六位数代码的产业划分，包括了共 473 种子行业。Haraguchi & Rezonja（2010）基于 UNIDO 数据库提供了关于驼峰型产业动态的跨国证据。

从方法论的角度，通常而言，即使是只有两个部门的贸易模型，要能完全刻画其所有产业动态在技术上也是极具挑战性的（比如，参见 Boldrin & Deneckere, 1990; Chen, 1992; Caliendo, 2011; Nishimura & Shimomura, 2002）。本文模型包含两个大国以及各自无穷多个产业，而且又是具有无限时域的一般均衡模型。而总量生产函数的函数形式，也可能会由于结构转型和微观产业构成的改变，而内生地发生变化。从数学上讲，这需要去求解一个状态方程可能会不断发生内生性的转换的汉密尔顿（Hamiltonian）动力系统。并且，不同于 Ju, Lin, and Wang(2015)的封闭经济模型，这个状态方程还受到贸易条件会发生内生性变化的国际贸易的影响。尽管存在这些理论上的挑战，但是本文仍然推导出了完全刻画整个动态系统的解析解，包括在经济增长路径上的工业化起飞转型过程和每一个行业的驼峰状的动态生命周期轨迹。

另外，还存在大量文献强调创新和技术采纳（或扩散）在驱动产业动态、生产周期和经济增长中的作用。Krugman（1979）构建了一个含有产品周期的贸易与经济增长模型。该模型表明，当且仅当技术模仿的速度足够快过创新的速度时，发展中国家的经济水平才会向发达国家收敛（还可参见 Flam & Helpman, 1987; Grossman & Helpman, 1991; Stokey, 1991; Eaton & Kortum, 2001）。本文所强调的是不同于上述文献的一个崭新的产业升级的驱动机制: 随着资本变得愈加丰富，生产厂家的成本最小化的目标驱使着产业朝向使用资本更密集的方向不断升级。[1]Ederington & McCalman（2009）也研究了企业的动态战略决策以及国际贸易是如何影响产业演变的 。在他们的模型中生产成本的降低是外生给定的，而且并不区分资本与劳动两种生产要素，然而在本文中要素禀赋结构与生产成本的变化是模型的关键，并由模型内在决定的。

本文其余部分的结构安排如下：第二节构建一个具有两个国家的自由贸易的静态；第三节将静态模型拓展成动态模型，置放在一个同时具有内生经济增长与自由贸易的动态市场经济环境中；第四节则分析动态的贸易政策对两个国家各自的产业生命周期和整体经济增长的影响；第五节为结论。

二、自由贸易静态模型

（一）模型环境

假定世界中存在标记为$i = 1,2$ 的两个国家。每一个国家都与 Ju, Lin & Wang（2015）中自给自足的经济环境几乎完全相同。每个国家中都有测度为 1 单位的家庭。国家i中的每个家庭具有L_i单位的劳动禀赋和E_i单位的资本禀赋。国家i的最终产品（aggregate good）的生产技术如下：

$$X_i = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n x_{i,n}$$

[1] Acemoglu（2007）表明技术进步倾向于更多使用禀赋充裕的生产要素。

此处$x_{i,n}$表示国家i生产的中间品（intermediate good）n；$\lambda_{i,n}$表示中间品n的生产率系数，$n \geq 0$。每一个中间品代表着一个产业，所以每个国家中都存在着无穷多个可能的产业。[1]本文要求对于任意n均有$x_{i,n} \geq 0$。

消费者喜欢不同国家生产的多样的消费品。为分析简化起见，本文按照 Acemoglu & Ventura（2012）采用阿明顿假设（Armington Assumption）。具体而言，国家i中最终消费品为：

$$C_i = C_{i,1}^{\alpha_i} C_{i,2}^{b_i}, \tag{1}$$

此处$C_{i,j}$表示国家i消费的国家j所生产的最终品，并且我们假设对于$i, j \in \{1,2\}$，$\alpha_i \geq 0$，$\beta_i \geq 0, \alpha_i + \beta_i = 1$。[2]当$\alpha_1 = 1$，$\alpha_2 = 0$时，两国均退化为自给自足（autarky）的封闭经济形态，即 Ju, Lin & Wang（2015）研究的情形。本文重点关注 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$及$\beta_1 = \beta_2 = \beta$的简单情况。[3]④

中间产品仅在国内生产中有效用，所以不会被交易。资本和劳动可在一国内的不同产业之间自由流动，但是不能跨国流动。因为一价定律 (law of one price)在自由贸易下成立，所以对于最终消费品并不会发生贸易。本文将最终消费品作为计价物。

国家i中的代表性家庭的效用函数为 CRRA：

$$U_i = \frac{C_i^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \text{ where } \sigma \in (0,\infty) \tag{2}$$

所有技术为规模报酬不变。特别的，中间品 0 只需使用劳动力生产。1 单位劳动可产出 1 单位的中间品 0。对于任何其他中间品$n \geq 1$，生产函数为 Leontief 型：

[1]此处关于最终品生产中不同产业间的完全替代性假设主要为了分析的便捷性，此种假设在经济增长的文献中较为常见。例如，在 Hansen & Prescott（2002）中马尔萨斯农业生产和现代索洛生产在总产出中是两个线性可加的部分。Lucas（2009）中也有类似情况。当替代性是不完全的时候，主要的定性结论仍然有效，但是将无法获得解析解。更多细节讨论可参见 Ju, Lin & Wang（2015）。

[2] Feenstra, Obstfeld & Russ（2010）基于宏观经济数据发现阿明顿贸易替代弹性并不显著偏离 1。Bajona & Kehoe（2010）发现收敛或发散将取决于阿明顿贸易弹性是大于 1 还是小于 1。本文选取弹性为 1 以保持中立立场。更多讨论参见 Shiells, Stern & Deardorff（1986）和 Shiells & Reinert（1993）。

[3]在附录中，我们考察了允许各国拥有内生于各自贸易政策的不同α和β，从而将分析推广到更加一般化的情形。

$$F_n(k,l)=\min\{\frac{k}{a_n},l\},\tag{3}$$

此处α_n是生产一单位产品n所需要的资本数量。部门 0 可以被理解为传统的“马尔萨斯”部门，而所有$n \geq 1$部门生产的产品的整体可以被理解为现代“索洛”部门。这些术语遵循 Hansen & Prescott（2002）。生产要素从部门 0 向更高编号部门的重新配置过程也称为工业化。

不失一般性，假设α_n随n递增。实证证据表明，中间品资本密集度越高，其生产率越高（可能因为其代表更先进的技术）。所以，本文假设λ_n也随n递增。因此，更高编号的部门既有更高的生产率，也有更高的资本密集度。为了得到解析答案，本文选择了如下的简单参数形式：

$$\lambda_n=\lambda^n,\ a_n=a^n,\tag{4}$$

$$\lambda>1 \text{ and } a-1>\lambda.\tag{5}$$

在 Leontief 生产函数和中间品完全可替代的条件下，不等式（5）可以排除仅生产最高生产率产品的这种平凡的情况，以及处理好只需要劳动力就能够生产的产品 0 的特殊性。以上这些参数假设，对于最终主要的定性结论并不是至关重要的。

（二）模型均衡

所有的市场均为完全竞争市场。令P_i，r_i及w_i分别代表最终品X_i的价格，资本的租赁价格及国家i的工资水平。令$p_{i,n}$表示国家i内中间品n的价格，$n \geq 0$。国家i内一个利润最大化的企业解决如下问题：

$$\max_{x_{i,n}\geq 0}\left[P_i\sum_{n=0}^{\infty}\lambda^n x_{i,n}-\sum_{n=0}^{\infty}p_{i,n}x_{i,n}\right]$$

解得：

$$p_{i,n}=\lambda^n P_i=\begin{cases} w_i+a^n r_i, & \text{when} \quad n\geq 1 \\ w_i, & \text{when} \quad n=0 \end{cases}.\tag{6}$$

国家i中代表性家庭的总收入为$w_iL_i+r_iE_i$，等于总增加值P_iX_i。该家庭面临的问题是最大化（2），同时服从如下的预算约束：

$$P_1C_{i,1}+P_2C_{i,2}=P_iX_i. \tag{7}$$

国际上，两种可贸易的商品市场出清：

$$C_{1,1}+C_{2,1}=X_1;\ C_{1,2}+C_{2,2}=X_2$$

化简后可得：

$$C_1=aX_1^aX_2^b,\ C_2=bX_1^aX_2^b. \tag{8}$$

即每个国家的最终消费品都是这两个国家生产的最终品的柯布-道格拉斯函数组合。在均衡情况下，每个国家最多生产两种中间品。并且如果恰好只生产两种，那么这两种中间品具有相邻的资本密集度。更精确地说，给定要素禀赋$\{E_i,L_i\}_{i=1}^2$，存在着唯一的竞争性均衡。表 1 总结了均衡中的有关变量：

表 1　　　静态贸易均衡

$0\le E_i<aL_i$	$a^nL_i\le E_i<a^{n+1}L_i$ for $n\ge 1$
$x_{i,0}=L_i-\frac{E_i}{a}$ $x_{i,1}=\frac{E_i}{a}$ $x_{i,,j}=0$ for $\forall j\ne 0,1$	$x_{i,n}=\frac{L_ia^{n+1}-E_i}{a^{n+1}-a^n}$ $x_{i,n+1}=\frac{E_i-a^nL_i}{a^{n+1}-a^n}$ $x_{i,j}=0$ for $\forall j\ne n,n+1$
$X_i=L_i+(\lambda-1)\frac{E_i}{a}\Rightarrow$ $E_{i,(0,1)}(X_i)\equiv\frac{a}{\lambda-1}(X_i-L_i)$	$X_i=\frac{\lambda^{n+1}-\lambda^n}{a^{n+1}-a^n}E_i+\frac{\lambda^n(a-\lambda)}{a-1}L_i\Rightarrow$ $E_{i,(n,n+1)}(X_i)\equiv\left[X_i-\frac{\lambda^n(a-\lambda)}{a-1}L_i\right]\frac{a^{n+1}-a^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}$

定理 1：在一个静态世界中，存在唯一的自由贸易均衡。对于任意国家$i\in\{1,2\}$，其各产业产出及总产出由表 1 给出，消费C_i由（8）式给出，中间品价格$\{p_{i,n}\}_{n=0}^{\infty}$由（6）式给出，最终品价格$P_i$，工资水平$w_i$，利率$r_i$分别由下列表达式给出：

$$P_1=a\left(\frac{X_2}{X_1}\right)^b \text{ and } P_2=b\left(\frac{X_1}{X_2}\right)^a,$$

$$w_i=\begin{cases} P_i & \text{when} \quad 0\le E_i<aL_i \\ \frac{\lambda^n(a-\lambda)}{a-1}P_i & \text{when} \quad a^nL_i\le E_i<a^{n+1}L_i, \forall n\ge 1 \end{cases},$$

$$r_i = \begin{cases} \dfrac{\lambda - 1}{a} P_i & \text{when} \quad 0 \le E_i < aL_i \\ \dfrac{\lambda^{n+1} - \lambda^n}{a^{n+1} - a^n} P_i & \text{when} \quad a^n L_i \le E_i < a^{n+1} L_i, \forall\ n \ge 1 \end{cases}$$

证明：此证明与 Ju, Lin & Wang（2015）中命题 1 的证明基本相同。价格由（6）式及对最终消费品的标准化假设共同导出：

$$\left(\frac{P_1}{a}\right)^a \left(\frac{P_2}{b}\right)^b = 1,$$

贸易条件为：

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{aX_2}{bX_1}, \tag{9}$$

可由贸易均衡条件导出。证毕。

表 1 与 Ju, Lin & Wang（2015）刻画的自给自足的均衡基本类似。在贸易均衡下，每个国家的总产出仍然为国内资本和劳动禀赋的线性函数。此外，如图 1 所示，当微观的产业结构随着资本劳动比而变化时，总产出的函数的形式也随之变化。

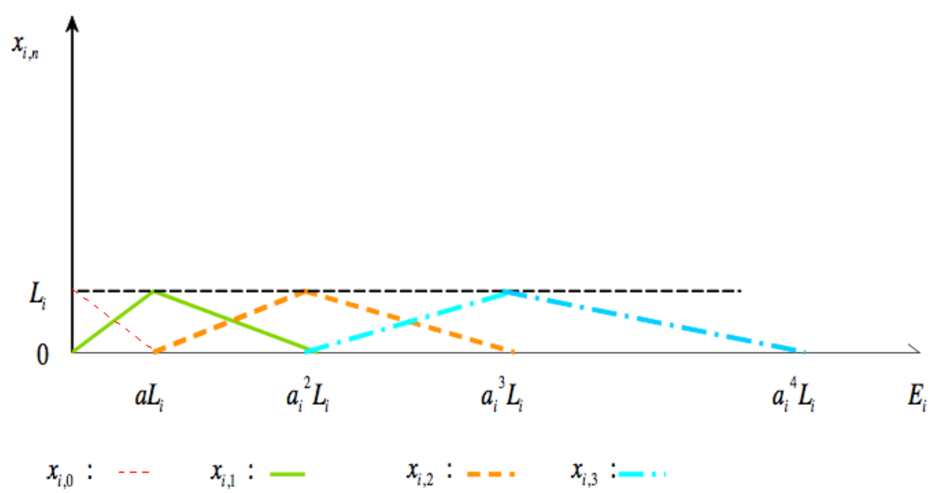

图 1　　静态贸易模型中国家$i \in \{1,2\}$的产业产出

与封闭经济情形的主要区别在于，因为有贸易的存在，总消费C_i和总产出X_i不一定相等。当劳动禀赋保持不变，（9）式的贸易条件随着资本禀赋的增加而下降。只要当两个可贸易商品在阿明顿加总下的替代弹性为正，上述性质就成立。同时，请注意到，每个国家的生产决定，与两国各自生产的最终产品如何进行阿明顿加总的方式无关。

三、自由贸易动态模型

现在我们构建一个动态模型来全面刻画产业和总产出的动态变迁。不失一般性，我们可重点关注于国家 1 所面临的状况。根据福利经济学第二定理，我们可以通过求解如下的中央计划者问题来刻画竞争性均衡：

$$\max_{C_1(t)} \int_0^{\infty} \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt$$

服从于：

$$\dot{K}_1 = \xi_1 K_1(t) - E_1(X_1(t)), \tag{10}$$

$$X_1(t) = \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{11}$$

$$K_1(0) \text{ is given},$$

此处ρ为时间贴现率。$K_1(t)$为t时刻的运营资本(working capital)的存量，它不能被用来做贸易或直接用于消费。在每一时刻，从过去继承而来的资本可通过 AK 技术变为新的运营资本。ξ_1是衡量投资专属性的技术进步（ISTP）速率的参数（Greenwood, Hercowitz & Krusell, 1997）。[①]所有新生的运营资本都可以被用于生产消费品或储蓄（投资）。$E_1(X_1(t))$是生产$X_1(t)$单位最终品所需要的总资本的流量，并且会被完全损耗。（11）式源自于（8）式，它将两个国家联系在一起。这一个额外的均衡约束是与 Ju, Lin & Wang（2015）所刻画的封闭经济体模型的关键不同之处。消费品不可储存。劳动禀赋L_1随时间恒定不变。遵循相关文献，为了确保正的消费增长率以及排除爆炸解，我们要求：

[①]对 AK 模型的一个常见的的内生增长的解释如下：生产率 *A* 由生产的总量内生决定，并呈现规模报酬递减的特性。产出的数量由资本投入所衡量。此即$A(K)=\xi K^{\alpha}$。该解释刻画了“干中学”的特点。给定生产率，最终品的生产函数同样呈现规模报酬递减，生产函数为：$Y=A(K)K^{1-\alpha}$。故最终总产出等于ξK，确保了可持续的增长。

$$0<\xi_i-\rho<\sigma\xi_i, \forall\ i=1,2. \tag{12}$$

$E_1(X_1(t))$是一个阶梯函数，具体形式取决于活跃的是哪两个中间品。特别的，$E_1(X_1(t))\equiv E_{1,(n,n+1)}(X_1)$，该公式由表 1 的最后一行详细给出。它表示的是当行业n和$n+1$在国家 1 中共存时，生产X_1所需要的资本数量，其中$n\geq 0$。$E_1(X_i)$是关于X_i的严格单调递增的连续的分段线性函数。对于任意$n\geq 0$，该函数在$X_i=\lambda^n L_i$处不可导。因此，上述动态问题可能会涉及状态方程的函数结构的内生性变化。亦即（10）式可改写如下：

$$\dot{K}_1=\begin{cases} \xi_1 K_1, & \text{when} \quad X_1<L_1 \\ \xi_1 K_1-E_{1,(0,1)}(X_1), & \text{when} \quad L_1\leq X_1<\lambda L_1 \\ \xi_1 K_1-E_{1,(n,n+1)}(X_1), & \text{when} \quad \lambda^n L_1\leq X_1<\lambda^{n+1}L_1, \text{ for } \forall\ n\geq 1 \end{cases}.$$

可以证实目标函数是严格递增的、可导的严格凹函数；而约束集为连续的凸值集。因此，均衡必定存在而且唯一。国家 2 的最优化问题可以类似地对称写出。为分析的简便性，我们假定国际间借贷被禁止，因此每一时刻贸易都是平衡的：

$$\beta P_1(t)X_1(t)=\alpha P_2(t)X_2(t), \forall\ t. \tag{13}$$

对任意$i=1,2$，令$t_{i,0}$表示国家i的最终品产出等于L_i的最晚的时间点。该时间点可被理解为经济起飞或工业化的开始时间。人均产出只有在此之后才会增长。$t_{i,n}$表示对任意$n\geq 1$，总产出$X_i=\lambda^n L_i$的最早的时间点，即行业n首次达到峰值的时间。因为在均衡中，总消费$C_1(t)$随时间单调递增（待证明），问题可被改写为：

$$\max_{C_1(t)} \int_0^{t_{1,0}} \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}dt+\sum_{n=0}^{\infty}\int_{t_{1,n}}^{t_{1,n+1}} \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}dt$$

服从于：

$$\dot{K}_1=\begin{cases} \xi_1 K_1 & \text{when} \quad 0\leq t<t_{1,0} \\ \xi_1 K_1-E_{1,(0,1)}(X_1), & \text{when} \quad t_{1,0}\leq t<t_{1,1} \\ \xi_1 K_1-E_{1,(n,n+1)}(X_1), & \text{when} \quad t_{1,n}\leq t<t_{1,n+1}, \text{ for } n\geq 1 \end{cases},$$

$K_1(0)$ is given.

根据表 1，当$t_{1,0}\leq t<t_{1,1}$时，生产的产品为 0 和 1，资本需求函数为$E_{1,(0,1)}(X_1)=\frac{a}{\lambda-1}(X_1-L_1)$。对任意$n\geq 1$，当$t_{1,n}\leq t<t_{1,n+1}$时，生产的产品为$n$和$n+1$，资本需求函数为$E_{1,(n,n+1)}(X_1)=[X_1-\frac{\lambda^n(a-\lambda)}{a-1}L_1]\frac{a^{n+1}-a^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}$。如果$K_1(0)$充分小（下文

将给出更精确的刻画），则存在时间段$[0, t_{1,0}]$，期间只生产产品 0，储蓄率为百分之百。如果$K_1(0)$充分大，该经济体开始于生产某产品$\tilde{n}$和$\tilde{n}+1$，其中$\tilde{n} \geq 1$，而此时对任何$n \leq \tilde{n}$，$t_{1,n}$都不存在。

（一）总体动态变迁

定义消费增长率和产出增长率如下：

$$\theta_i(t) \equiv \frac{\dot{C}_i(t)}{C_i(t)};\ h_i(t) \equiv \frac{\dot{X}_i(t)}{X_i(t)}, \text{for i=1,2.}$$

定理 2：在动态自由贸易均衡中：

$$h_1(t)=\begin{cases} 0, & \text{when} \quad t<\min\{t_{1,0},t_{2,0}\} \\ \dfrac{\xi_1-\rho}{\beta+\alpha\sigma}, & \text{if} \quad t_{1,0}\leq t<t_{2,0} \\ 0, & \text{if} \quad t_{2,0}\leq t<t_{1,0} \\ \beta\left(\xi_1-\xi_2\right)+\dfrac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2-\rho}{\sigma}, & \text{when} \quad t\geq \max\{t_{1,0},t_{2,0}\} \end{cases}, \tag{14}$$

$$h_2(t)=\begin{cases} 0, & \text{when} \quad t<\min\{t_{1,0},t_{2,0}\} \\ 0, & \text{if} \quad t_{1,0}\leq t<t_{2,0} \\ \dfrac{\xi_2-\rho}{\alpha+\beta\sigma}, & \text{if} \quad t_{2,0}\leq t<t_{1,0} \\ \alpha\left(\xi_2-\xi_1\right)+\dfrac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2-\rho}{\sigma}, & \text{when} \quad t\geq \max\{t_{1,0},t_{2,0}\} \end{cases}, \tag{15}$$

$$q_1(t)=q_2(t)=\begin{cases}0, & \text{when} \quad t<\min\{t_{1,0},t_{2,0}\}\\ \dfrac{x_1-r}{\dfrac{b}{a}+s}, & \text{if} \quad t_{1,0}\le t<t_{2,0}\\ \dfrac{x_2-r}{\dfrac{a}{b}+s}, & \text{if} \quad t_{2,0}\le t<t_{1,0}\\ \dfrac{ax_1+bx_2-r}{s}, & \text{when} \quad t\ge \max\{t_{1,0},t_{2,0}\}\end{cases}. \tag{16}$$

此处$t_{1,0}$和$t_{2,0}$由下文引理 2 中（27）式给出。

证明：参见附录 1。

此定理表明两国消费品产出的增长率通常是不相同的。令i^*（i^{**}）代表工业化较早（较晚）国家的编号，即相较于其贸易伙伴国经济起飞得较早（较晚）的国家；$i^*,i^{**}\in\{1,2\}$。（14）及（15）式可改写为以下更为简洁的形式：

$$h_{i^*}(t)=\begin{cases}0 & \text{when} \quad t\in[0,t_{i^*,0})\\ \hat{h}(i^*) & \text{when} \quad t\in[t_{i^*,0},t_{i^{**},0})\\ \tilde{h}(i^*) & \text{when} \quad t\in[t_{i^{**},0},\infty)\end{cases},$$

$$h_{i^{**}}(t)=\begin{cases}0 & \text{when} \quad t\in[0,t_{i^{**},0})\\ \tilde{h}(i^{**}) & \text{when} \quad t\in[t_{i^{**},0},\infty)\end{cases},$$

此处：

$$\hat{h}(i^*)\equiv\frac{x_{i^*}-r}{-1+i^*-(-1)^{i^*}b+\left[2-i^*+(-1)^{i^*}b\right]s}, i^*\in\{1,2\}, \tag{17}$$

$$\tilde{h}(i)\equiv(2-i-a)\left(x_1-x_2\right)+\frac{ax_1+bx_2-r}{s}, \text{ for } i\in\{1,2\}. \tag{18}$$

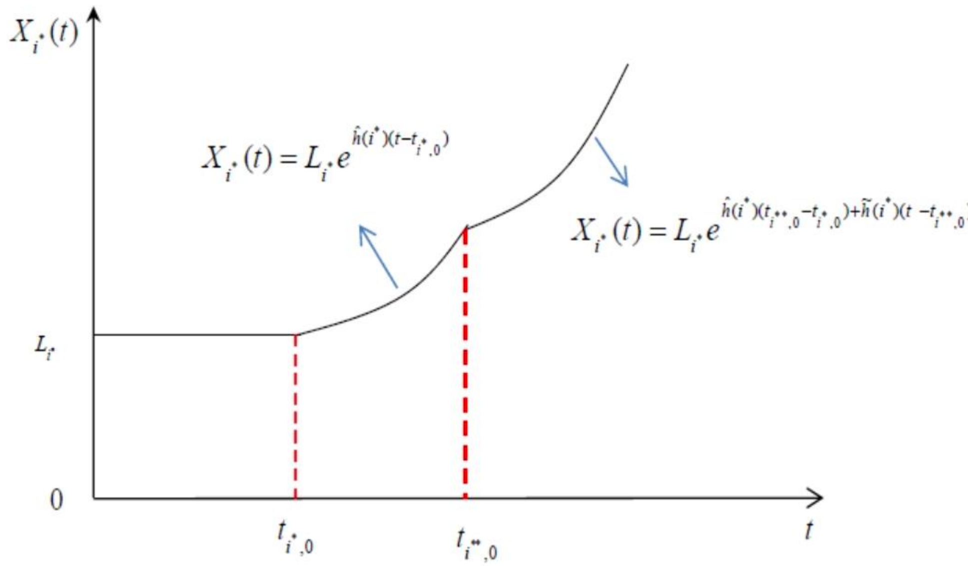

图 2　　工业化较早国家i^*的产出X随时间的变化路径

从图 2 中可知，国家i^*在$t_{i^*,0}$时刻从产量停滞的马尔萨斯模式转为索洛模式，在此之后，产出开始增长。请注意，在贸易伙伴国开始经济增长之前，当$\sigma<1$（$\sigma>1$）时，国家i^*的经济增长率$\hat{h}(i^*)$低于（高于）在 Ju, Lin & Wang（2015）中研究的封闭经济的增长率（即国家 1 中$\alpha=1$或国家 2 中$\beta=1$）。当贸易伙伴国也开始增长时，国家i^*的产出增长率在$t_{i^{**},0}$时刻再次变化。例如，若$i^*=1$，则国家 1 的产出增长率会在$t_{2,0}$跳跃性增长，当且仅当$(\sigma-1)[\alpha(1-\sigma)\xi_1+(\beta+\alpha\sigma)\xi_2-\rho]>0$。若$\sigma=1$，则其增长率不变，无论$\xi_1$及$\xi_2$的取值如何。在两个国家经济均开始增长之后（$t\geq\max\{t_{1,0},t_{2,0}\}$），国家 1 的产出增长率会超过自给自足时的情形，当且仅当$(\xi_1-\xi_2)(1-\frac{1}{\sigma})>0$。

图 3 描绘了工业化较晚国家的产出变化路径。经济在$t_{i^{**},0}$时刻开始增长，此后增长率恒定为$\tilde{h}(i^{**})$。特别的，当$\sigma=1$时，无论贸易伙伴国的 ISTP 速率ξ_i如何取值，索洛模式下的增长率与在封闭经济环境下的增长率相同。

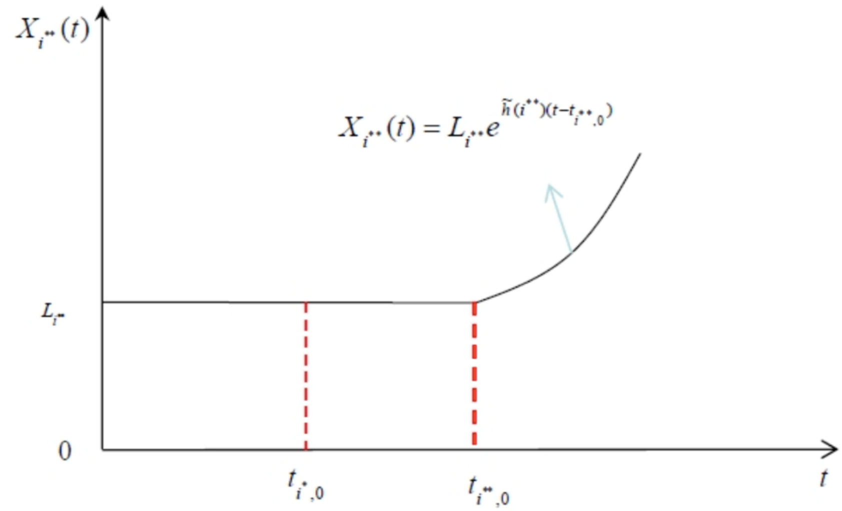

图 3　　工业化较晚国家i^{**}产出X随时间的变化路径

消费增长由（16）式给出，它表明当两个国家均开始增长时（$t \geq \max\{t_{1,0}, t_{2,0}\}$），贸易伙伴国的 ISTP 越快，本国的消费增长也越快。与封闭经济情况不同，因为存在着国际贸易，一个国家在经济开始增长之前，其消费就有可能提前正向增长。请注意，两国最终消费的增长速度是相同的，该结论取决于（1）式中两国具有相同的阿明顿加总的柯布-道格拉斯总消费的假设。如果两国α_i不同（例如可能因为更偏好本国产品），那么两国总消费增长率通常就会不同，但是所有重要的比较静态性质仍旧成立。请参见附录 6。[①]

下面的引理总结了价格和贸易条件的动态变化。

引理 1：对任意$t \geq 0$

$$\frac{\dot{P}_1(t)}{P_1(t)} = b\left[h_2(t) - h_1(t)\right];\ \frac{\dot{P}_2(t)}{P_2(t)} = a\left[h_1(t) - h_2(t)\right], \tag{19}$$

此处$h_1(t)$和$h_2(t)$由定理 2 给出。

证明：参见附录 2。

结合定理 2，可以得到在两国经济均开始增长之后，$\frac{\dot{P_1}(t)}{P_1(t)} = \beta(\xi_2 - \xi_1)$和$\frac{\dot{P_2}(t)}{P_2(t)} = \alpha(\xi_1 - \xi_2)$。亦即当一个国家拥有更快的 ISTP，其贸易条件会相应恶化。这是因为当生产资本品的技术更加好的时候，会导致更加快速的产业升级，因此导致更高的产出。

[①]注意因为 GDP 包含了消费品和资本品，因此出口或进口在 GDP 中所占份额是内生决定的，而且可能会随时间发生变化。

因为国内和国外商品之间的替代弹性大于零，所以更多的产出将导致更恶化的贸易条件。根据（15）式，当$\xi_1 > \xi_2$且跨期替代弹性$\frac{1}{\sigma}$足够小的时候，$h_2 < 0$（代表着产业降级）。即使在这种情况下，虽然产出增长为负，但是国家 2 仍因为贸易条件改善而享有消费的增长。此种“贫困化增长”的结论在 Acemoglu & Ventura（2002）中同样被理论所证明并且给予了重点强调，该文以此此解释数据中所观测到的世界各国之间收入分布的时间稳定性。

在本文中，我们主要关注$h_1(t)$和$h_2(t)$均非负的产业升级情况。产业降级的情况亦可通过类似的方法进行分析。为了满足横截条件（transversality condition），需进一步假设：

$$\alpha < \lambda^{\frac{\xi_i}{\eta_i}} \tag{20}$$

对$i = 1,2$成立。从直觉上讲，如果资本密集度的参数α太大以致（20）式没有得到满足，那么资本积累的速度就并不足以保证消费和产出的正向增长。关于（20）式的进一步讨论请参见附录 3。

下述定理强调了总产出的增长，长期而言，是如何受国内和国外的 ISTP 影响的。

定理 3：当$t \geq max\{t_{1,0}, t_{2,0}\}$时，如下各式成立：

$$[1]\frac{\partial \eta_i}{\partial \xi_i} > 0,\ \ for\ any\ \sigma > 0,\ \forall\ i \in \{1,2\};$$

$$[2]\frac{\partial \eta_i}{\partial \xi_j}\begin{cases} > 0 & \text{when} \quad \sigma \in (0,1) \\ = 0 & \text{when} \quad \sigma = 1 \\ < 0 & \text{when} \quad \sigma \in (1,\infty) \end{cases},\ for\ \forall\ i,j \in \{1,2\}\ and\ i \neq j.$$

证明：由定理 2 易得。

其中[1] 的结论简单而直接。[2] 指出了，在贸易伙伴国的 ISTP 如何影响本国增长率这个问题上，跨期替代弹性的大小非常重要。产出的增长率主要取决于由内生储蓄确定的资本积累速率。假设国家 2 的 ISTP 速率（ξ_2）增加，它会带来两种相反的效应。第一种是动态贸易条件效应，根据引理 3，因为进口在将来会变得更加便宜，所以国家 1 中的家庭会用明天的消费来替代今天的消费。这种跨期替代效应意味着国家 1 在今天应该存储更多的资本，而由于更快的资本积累，所以国家 1 将有更快的产出增长。第二种是跨期市场规模效应，因为ξ_2增加，其贸易伙伴国的市场规模增加更快，所以本国的出口收入相应增加更快，故国家 1 应增加当期消费，而更多的消费意味着更少的储蓄和更慢的资本积累，因此减缓了产出的增长。

当跨期替代弹性增大，动态贸易条件效应因为消费者今天更愿意储蓄而增强。特别的，当跨期替代弹性正好为 1 时（$\frac{1}{\sigma} = 1$），动态贸易条件效应和市场规模效应恰好相互

抵消。当且仅当跨期替代弹性大于 1 时（$\frac{1}{\sigma} > 1$），动态贸易条件效应占主导地位（$\frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} > 0$ 且$\frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} > 0$）。

（二）产业动态

现在推导产业动态。因为我们主要关注$h_i > 0$的情况，所以对$i = 1,2$，$t_{i,n}$都随n严格递增。下述定理刻画了在总量增长路径上每一个行业的完整动态生命周期。

定理 4：给定国家$i \in \{1,2\}$，假设$K_i(0)$充分小。在动态自由贸易均衡下，每个行业都会呈现驼峰状的生命周期。更精确地讲，对任何国家i，产品n在t时刻的产出为：

$$x_{i,n}^*(t) = \begin{cases} \dfrac{L_i \exp\left(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds\right)}{\lambda^n - \lambda^{n-1}} - \dfrac{L_i}{\lambda - 1} & \text{when} \quad t \in [t_{i,n-1}, t_{i,n}] \\ -\dfrac{L_i \exp\left(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds\right)}{\lambda^{n+1} - \lambda^n} + \dfrac{\lambda L_i}{\lambda - 1}, & \text{when} \quad t \in [t_{i,n}, t_{i,n+1}] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \text{ for all } n \geq 2$$

$$x_{i,1}^*(t) = \begin{cases} \dfrac{L_i \exp\left(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds\right) - L_i}{\lambda - 1}, & \text{when} \quad t \in [t_{i,0}, t_{i,1}] \\ -\dfrac{L_i \exp\left(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds\right)}{\lambda^2 - \lambda} + \dfrac{\lambda L_i}{\lambda - 1}, & \text{when} \quad t \in [t_{i,1}, t_{i,2}] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases},$$

$$x_{i,0}^*(t) = \begin{cases} L_i - \dfrac{L_i \exp\left(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds\right) - L_i}{\lambda - 1}, & \text{when} \quad t \in [t_{i,0}, t_{i,1}] \\ L_i, & \text{when} \quad t \in [0, t_{i,0}] \end{cases},$$

此处$h_i(\cdot)$由定理 2 给出，关键时间点$\{t_{i,n}\}_{n=0}^{\infty}$将由定理 7 给出。

证明： 利用表 1 以及对任意$t \leq t_{i,0}$都有$X_i(t) = L_i$，对任意$t > t_{i,0}$都有$X_i(t) = L_i \exp(\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds)$的事实。$h_i(\cdot)$由定理 2 给出。证毕。

此定理可由图 4 中驼峰状动态产业生命周期加以更直觉化的阐释。

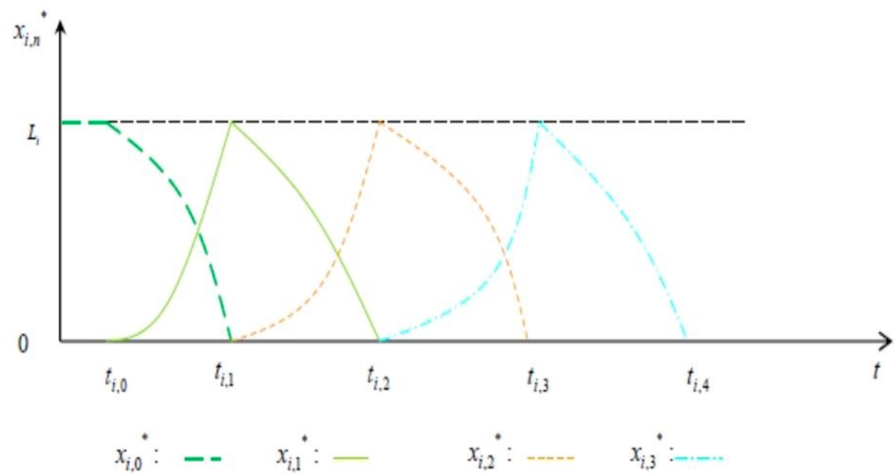

图 4　　当$t_{i,0} > 0$时，国际贸易下的国家i的产业动态

该经济体最初处于人均产出停滞不前的马尔萨斯陷阱之中。在$t_{i,0}$之后经济开始增长，转变为人均产出增长率为$h_i(t)$的索洛模式。在此总量持续增长的路径上，微观产业沿着资本密集度的阶梯不断内生性地升级。每一个产业都遵循驼峰状的生命周期，而且，资本越密集的产业达到峰值的时间也越晚。这些动态模式与已有文献中所阐述的实证事实相符合（见 Chenery *et al*,1986; Schott,2003; Haraguchi & Rezonja, 2010）。

本模型与 Ju, Lin & Wang（2015）不同之处还在于，现在两国的产出增长率之间相互依赖（见定理 2），所以一国的产业动态一般情况下还会受其贸易伙伴国的影响。更正式地，定义$m_{i,n} \equiv t_{i,n+1} - t_{i,n}$，它代表着对$n \geq 0$，国家$i \in \{1,2\}$中产业$n$和$n+1$各自处于峰值状态之间的共同时间间隔，也等于这两种产业共存的时间的一半，或者每一个产业的半周期。

如果国家i要比其贸易伙伴国更早地开始工业化和经济增长（即$i = i^*$），则其产出增长一般会如图 2 描绘的变化两次。令$\hat{n}$代表在后进国家i^{**}开始增长之后，在先进国家中首次达到峰值的产业的编号（即$t_{i^*,\hat{n}-1} < t_{i^{**},0} \leq t_{i^*,\hat{n}}$）,此处$\hat{n} \geq 1$。此时，先进国的行业$\hat{n}-1$在衰落而行业$\hat{n}$在壮大。很容易证明：

$$m_{i^*,n} = \begin{cases} \tilde{m}(i^*) \equiv \dfrac{\log \lambda}{\tilde{h}(i^*)}, & \forall\, n \geq \hat{n}+1 \\ \hat{m}(i^*) \equiv \dfrac{\log \lambda}{\hat{h}(i^*)}, & \text{when } 0 \leq n \leq \hat{n}-2 \\ \bar{m}(i^*) & \text{when } n = \hat{n}-1 \end{cases}, \tag{21}$$

此处$\hat{h}_i(\cdot)$和$\tilde{h}_i(\cdot)$分别由（17）式及（18）式给出，并且

$$\bar{m}(i^*) \equiv \frac{\log \lambda}{\bar{h}(i^*)} + \left(1 - \frac{\hat{h}(i^*)}{\bar{h}(i^*)}\right)\left(t_{i^{**},0} - t_{i^*,0} - \left(\hat{n} - 1\right)\hat{m}(i^*)\right), \tag{22}$$

其中$t_{i^{**},0}$和$t_{i^*,0}$将由定理 8 决定。（21）式表明后发国家的经济起飞将永久性地改变先进国家的产业生命周期。

另一方面，如果国家i发展较晚（即$i = i^{**}$），那么对$\forall t \in [t_{i^{**},0}, \infty)$，必有如图 3 描绘的$h_{i^{**}}(t) = \tilde{h}(i^{**})$。在此情况下，所有多样化锥存在时长相同：

$$m_{i^{**},n} = \tilde{m}(i^{**}) \equiv \frac{\log \lambda}{\tilde{h}(i^{**})}, \forall n \geq 0. \tag{23}$$

结合（21）式和（23）式，可得到两个国家各自的每个产业的生命周期长度的定理。

定理 5：工业化较早国家（国家i^*）的产业的生命周期长度，在其贸易伙伴国工业化之前与之后，是不相同的。特别的，在此之前消失的每个产业$n \geq 1$，生命周期长度相同并且都等于$2\hat{m}(i^*)$。产业$\hat{n} - 1$的生命周期长度等于$\hat{m}(i^*) + \bar{m}(i^*)$，而产业$\hat{n}$的生命周期长度为$\bar{m}(i^*) + \tilde{m}(i^*)$。相比之下，后进国家（即国家$i^{**}$）中每个产业$n \geq 1$的生命周期长度均等于$2\tilde{m}(i^{**})$。生命周期长度的倒数，即频率，可以用来衡量产业升级的速度，它随着平均产出增长率的增加而增加但随着λ的增加而减少。

与封闭经济时的情况不同，一个产业的生命周期长度现在由于国际贸易而同时依赖于两个国家的有关参数。（21）式和（23）式表明产业升级速度与该经济体的产出增长率成正比。结合定理 3，这种个体产业动态和整体经济增长之间的内生性的同步关系意味着，一个国家的产业升级可能被贸易伙伴国的 ISTP 促进或者妨碍，要看跨期替代弹性究竟是大于还是小于 1。而且，拥有更快 ISTP 的国家（更高ξ）将会经历更快的产业升级。

当λ增加，相邻两个产业的生产率都增加（假设（4）与（5）），这会产生两种相反的效应。第一种效应是，更高编号的产业生产率的增加会导致更快的产业升级，而第二种效应是更低编号的产业的生产率的增加会导致该行业存在时间变长，从而延缓产业升级。（5）式中的假设$\alpha - 1 > \lambda$保证第二种效应占主导地位。因此，更高的λ意味着更慢的产业升级。

定理 5 也表明，先进国家中产业的生命周期，被其贸易伙伴国的经济增长所永久改变。具体而言，假设$i^* = 1$。在国家 2 开始增长之前，国家 1 中每个行业的完整的寿命为$\frac{2(\beta+\alpha\sigma)\log\lambda}{\xi_1-\rho}$，不受国家 2 的 ISTP 的影响。然而，在国家 2 经济于$t_{2,0}$开始增长之后，每个新行业的寿命都永久地改变为$\frac{2\log\lambda}{\beta(\xi_1-\xi_2)+\frac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2-\rho}{\sigma}}$。因此，国家 1 的产业升级速度在国家 2 开始工业化增长之后会变得更快（或更慢），当且仅当$(\sigma-1)[\alpha(1-\sigma)\xi_1 + (\beta+\alpha\sigma)\xi_2 - \rho] > 0$（或$< 0$）。例如，当$\xi_2 \geq \xi_1$时，在国家 2 的经济增长之后，国家 1 中的每个新产业的生命周期长度都将会缩短（延长），当且仅当跨期

替代弹性$\frac{1}{\sigma}$小于（大于）1。当跨期替代弹性等于 1（$\sigma = 1$）时，两国产业升级的速率将不依赖于贸易伙伴国的 ISTP，并且随时间恒定不变。这里的经济直觉解释本质上与定理 3 是类似的。

鉴于资本积累在驱动经济起飞、产业动态和总体经济增长中的关键作用，我们自然要问这些动态变迁是如何依赖于两国初始资本存量的。下述定理回答了这个问题。

定理 6：给定$K_i(0) = K_{i,0}$，对任意$n \geq 0$，若$0 < K_{i,0} \leq \vartheta_{i,0}$，则国家$i$初始时只生产产品 0；若$\vartheta_{i,n} < K_{i,0} \leq \vartheta_{i,n+1}$，则初始时生产产品$n$和$n+1$。此处$\{\vartheta_{i,n}\}_{n=0}^{\infty}$为一列递增的正数数列。特别的，当$i = i^{**}$，有：

$$\vartheta_{i,0} \equiv \frac{a h_i \left(1-\lambda^{1-\frac{x_i}{h_i}}\right)\left(1-\lambda^{\frac{x_i}{h_i}}\right)}{(\lambda-1)\lambda^{\frac{x_i}{h_i}} x_i (h_i - x_i)\left(1-a\lambda^{\frac{-x_i}{h_i}}\right)} L_i, \tag{24}$$

$$\vartheta_{i,n} \equiv \frac{a^n \left[x_i\left(a-\lambda^{\frac{x_i}{h_i}}\right)(\lambda-1)+h_i(a-\lambda)\left(1-\lambda^{\frac{x_i}{h_i}}\right)\right]}{(\lambda-1)\lambda^{\frac{x_i}{h_i}} x_i (h_i - x_i)\left(1-a\lambda^{\frac{-x_i}{h_i}}\right)} L_i, \text{ for any } n \geq 1,$$

此处$h_i = \tilde{h}(i)$由（18）式给出。当$i = i^*$时，（24）式仍然成立，而$h_i = \hat{h}(i)$由（17）式给出。

证明：参见附录 3。

注意资本阈值$\{\vartheta_{i,n}\}_{n=0}^{\infty}$与国内劳动禀赋成比例，所以重要的是资本劳动比。对于后进国家而言，$\{\vartheta_{i,n}\}_{n=0}^{\infty}$通过$h_{i^{**}}$也依赖于其贸易伙伴国的 ISTP。但是，只要其贸易伙伴国先开始经济增长，此阈值便与两国的初始资本禀赋无关。此外，由（12）式可知$\xi_i > \tilde{h}(i)$。结合定理 3，可以证明$\frac{\partial \vartheta_{i,0}}{\partial h_i} > 0$，这意味着如果$\sigma \lesseqqgtr 1$则有$\frac{\partial \vartheta_{i^{**},0}}{\partial \xi_{i^*}} \gtreqqless 0$。此外，如果$\sigma \geq 1$则有$\frac{\partial \vartheta_{i^{**},0}}{\partial \xi_{i^{**}}} > 0$。换言之，当跨期替代弹性不大于 1 时，国内和国外的 ISTP 对于后发国家的经济起飞的资本阈值的影响正好相反。

定理 7：假设在某国家$i \in \{1,2\}$中$K_{i,0} \in (0, \vartheta_{i,0}]$。在动态自由贸易均衡下，国家$i$经济起飞的时间为：

$$t_{i,0} = \frac{1}{\xi_i}\left[\log\frac{\alpha h_i\left(1-\lambda^{1-\frac{\xi_i}{h_i}}\right)\left(1-\lambda^{\frac{\xi_i}{h_i}}\right)}{(\lambda-1)\lambda^{\frac{\xi_i}{h_i}}\xi_i\left(h_i-\xi_i\right)\left(1-\alpha\lambda^{\frac{-\xi_i}{h_i}}\right)} - \log\frac{K_{i,0}}{L_i}\right], \tag{25}$$

此处若$i = i^*$，则$h_i = \hat{h}(i)$由（17）式给出；若$i = i^{**}$，则$h_i = \tilde{h}(i)$由（18）式给出。对任意$n \geq 1$，有：

$$t_{i,n} = t_{i,0} + \sum_{n'=0}^{n-1} m_{i,n'}, \tag{26}$$

此处根据$i = i^*$或i^{**}有$m_{i,n'}$由（21）式或（23）式给出。

证明：注意到

$$t_{i,0} = \frac{\log\frac{\vartheta_{i,0}}{K_{i,0}}}{\xi_i}. \tag{27}$$

此处$\vartheta_{i,0}$由（24）式给出。（26）式证明显然易得。证毕。

（25）式表明，一个国家会更晚地开始工业化经济起飞，如果其初始资本-劳动比更小（$\frac{\partial t_{i,0}}{\partial(\frac{K_{i,0}}{L_i})} < 0$），或者如果资本需求参数$\alpha$更大。此外，对先进国家$i^*$而言，国外 ISTP 并不影响其开始工业化经济起飞的时间（$\frac{\partial t_{i^*,0}}{\partial \xi_{i^{**}}} = 0$）。但是，对后进国家$i^{**}$而言，如果$\sigma \lesseqqgtr 1$，则有$\frac{\partial t_{i^{**},0}}{\partial \xi_{i^*}} \gtreqqless 0$。其经济直觉与定理 3 类似：当国外 ISTP 速率增加时，跨期贸易条件效应（替代效应）倾向于为了提升储蓄率和促进资本积累，从而推迟该经济体使用资本生产的工业化起飞开始的时间；而市场规模效应（收入效应）降低储蓄率而且使得经济开始工业化起飞的时间提前。当且仅当跨期替代弹性大于 1 时（$0 < \sigma < 1$），第一种效应占主导地位。

本文还需刻画资本存量$K_i(t)$的时间路径。我们关注后进国家i^{**}。对任意$n \geq 1$，定义：

$$\alpha_{i,n} = -\frac{a^n(a-\lambda)L_i}{\chi_i(\lambda-1)}, \tag{28}$$

$$\beta_{i,n} = -\left(\frac{a^{n+1}-a^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\right)\frac{X_i(0)}{(h_i-\chi_i)}, \tag{29}$$

$$\gamma_{i,n} = \left[\frac{\lambda^n L_i}{X_i(0)}\right]^{\frac{-\chi_i}{h_i}}\left\{\vartheta_{i,n} + \frac{\left(a^{n+1}-a^n\right)L_i}{\lambda-1}\left[\frac{1}{(h_i-\chi_i)} + \frac{(a-\lambda)}{\chi_i(a-1)}\right]\right\}. \tag{30}$$

定理 8：假设$K_{i,0} \in (0,\vartheta_{i,0}]$。[①]国家$i$中初始产出$X_i(0) = L_i$，资本积累函数为：

$$K_i(t) = \begin{cases} K_{i,0}e^{\chi_i t}, & \text{for} \quad t \in [0,t_{i,0}] \\ \dfrac{-\dfrac{aL_i}{\lambda-1}}{h_i-\chi_i}e^{h_i t} + \dfrac{-aL_i}{\chi_i(\lambda-1)} + \left[\vartheta_{i,0} + \dfrac{\dfrac{aL_i}{\lambda-1}}{h_i-\chi_i} + \dfrac{aL_i}{\chi_i(\lambda-1)}\right]e^{\chi_i t} & \text{for} \quad t \in [t_{i,0},t_{i,1}] \\ \alpha_{i,n} + \beta_{i,n}e^{h_i t} + \gamma_{i,n}e^{\chi_i t}, & \text{for} \quad t \in [t_{i,n},t_{i,n+1}],\ \text{any } n \geq 1 \end{cases};$$

此处对$i = i^{**} \in \{1,2\}$，任意$n \geq 0$，$\alpha_{i,n},\beta_{i,n}$和$\gamma_{i,n}$分别由（28）至（30）式给出；$t_{i,n}$由（25）或（26）式给出；$\vartheta_{i,0}$由（24）式给出；$h_i = \tilde{h}(i)$由（18）式给出。

证明：参见附录 3。

资本演化方程的函数形式随时间不断变化，反映了结构转型（工业化）和围观产业构成的转变。一旦$X_1^*(0)$和$X_2^*(0)$被确定，结合（8）式，就可以得到如下的初始总消费：

$$C_1^*(0) = \alpha X_1^{*a}(0)X_2^{*b}(0);\ C_2^*(0) = \beta X_1^{*a}(0)X_2^{*b}(0).$$

因为对任意$t \leq t_{i,0}$有$X_i(t) = L_i$，对任意$t \geq t_{i,0}$有$X_i(t) = L_i e^{\int_{t_{i,0}}^{t} h_i(s)ds}$，此处$h_i(\cdot)$由定理 2 给出，所以消费路径可以被唯一确定：

$$C_1^*(t) = \alpha X_1^{*a}(t)X_2^{*b}(t);\ C_2^*(t) = \beta X_1^{*a}(t)X_2^{*b}(t).$$

[①]在附录 3 中，同样刻画了此条件并不满足的情形。

对于自由贸易动态均衡的刻画到此就完成了。请注意，只要$t_{i,n} > 0$，对任意的i和n均有$\vartheta_{i,n} \equiv K_i(t_{i,n})$。不同的初始资本禀赋，只会导致不同水平的初始总消费和初始的产业构成，但在两国都开始工业化增长之后却并不会影响消费和产出的增长速度。

概括而言，与 Ju, Lin & Wang（2015）研究的封闭经济体不同，本文中一个国家的工业化开始的时间（$t_{i,0}$），每个产业的生命周期动态（$X_{i,n}(t)$），产业升级的速度（$\frac{1}{m}$），产出增长率（$h_i(t)$），消费增长率（$\theta_i(t)$），和资本积累过程（$K_i(t)$）都会受到贸易伙伴国的影响。一般而言，跨期替代弹性是否大于 1 十分重要，因为这决定了贸易伙伴国的 ISTP 对上述几乎所有关键变量的动态影响的方向。两国初始的资本劳动比，会影响哪个国家先开始经济增长，以及影响消费和产出的水平。但是，它并不会对增长的速度产生长期的影响。

因为福利经济学第一定理适用，所以市场均衡本身就已经达到了帕累托最优状态。但是，这并不保证两国的产出是趋同的。当且仅当后发国家的 ISTP 速率高于其贸易伙伴国，这样长期而言才会存在经济收敛。换言之，自由贸易本身并不一定必然促进加快一个国家的产业升级。

很自然的，读者也许会问那如果存在贸易壁垒又将会对经济产生什么影响。下面我们就将探讨这个问题。

四、贸易政策和产业升级

（一）静态贸易政策

假设国家 1 对从国家 2 进口的产品征收关税τ_2。所有的关税收入T_1将会作为一次性转移支付给本国的家庭。类似的，国家 2 对进口自国家 1 的产品征收τ_1的关税，并也将所有的关税收入T_2作为一次性转移支付给本国的家庭。如下引理刻画了均衡情况。

引理 2：在静态贸易均衡中，总消费为：

$$C_1(t_1,t_2) = C_{1,1}^{a}C_{1,2}^{b} = a\left[\frac{(1+t_2)}{(1+at_2)}\right]^a\left[\frac{1}{(1+bt_1)}\right]^b X_1^a X_2^b, \tag{31}$$

和

$$C_2(t_1,t_2) = C_{2,1}^{a}C_{2,2}^{b} = b\left[\frac{1}{(1+at_2)}\right]^a\left[\frac{(t_1+1)}{1+bt_1}\right]^b X_1^a X_2^b, \tag{32}$$

均衡的贸易条件为：

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{a(1+at_2)X_2}{b(1+bt_1)X_1}. \tag{33}$$

此处X_1和X_2由表 1 给出。

证明：参见附录 4。

（31）和（32）式表明一个国家的总消费，随其对进口商品征收关税的增加而增加，但随其贸易伙伴国对其出口商品征收关税的增加而减少。这是由于（33）式所呈现的内生性的贸易条件效应：因为产出X_1和X_2固定，所以恒定的进口商品支出份额就意味着，当关税提高时，进口商品的税后价格相较出口商品而言必然会提高。此外，两国消费的比例为：

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{a(1+t_2)^a}{b\left(1+t_1\right)^b}, \tag{34}$$

而这个比例与总产出无关。这意味着贸易保护主义的政策，在世界消费分配中，对本国消费有利。

在这个模型中，供给方不受这种特定的贸易政策的影响，这是因为关税施加于最终品而不是某个特定的行业，因此边际转换率以及不同行业之间的相对均衡价格都不会受到这种对国内各产业呈中性的贸易政策的影响。所有竞争性企业的利润最大化，加上要素市场的出清条件，使得产出与静态自由贸易经济下是完全一样的。这种贸易政策改变了不同国家之间总产品的相对价格，但是并未改变同一国家内不同产业之间的相对价格。

（二）动态贸易政策

假想总关税税率变化如下：

$$\frac{\dot{t}_1(t)}{t_1(t)+1}=f_1(t),\frac{\dot{t}_2(t)}{t_2(t)+1}=f_2(t), \tag{35}$$

此处$\phi_1(t)$和$\phi_2(t)$是任意外生给定的。下述引理刻画了在两个国家经济均开始增长之后，动态贸易政策是如何影响消费增长和产出增长的。

引理 3：对任何如（35）式给出的外生动态贸易政策，两国消费和产出的增长率为：

$$q_1(t)=\frac{ax_1+bx_2-r}{s}-\frac{b}{s}\left\{af_2(t)\left[\frac{at_2(t)}{1+at_2(t)}-s\right]+bf_1(t)\left[s+\frac{at_1(t)}{1+bt_1(t)}\right]\right\}, \tag{36}$$

$$h_1(t)=\frac{ax_1+bx_2-r}{s}+b\left(x_1-x_2\right)+b\left\{\begin{array}{c} f_2(t)a\left[\dfrac{t_2(t)a\left[2-\dfrac{1}{s}-s\right]+1-s}{1+at_2(t)}\right] \\ -f_1(t)\left[\dfrac{(a+bs)\left[\dfrac{bt_1(t)}{s}-bt_1(t)-1\right]+1}{1+bt_1(t)}\right] \end{array}\right\}, \tag{37}$$

$$q_2(t)=\frac{ax_1+bx_2-r}{s}-\frac{a}{s}\left[af_2(t)\left(\frac{bt_2(t)}{1+at_2(t)}+s\right)+bf_1(t)\left(\frac{bt_1(t)}{1+bt_1(t)}-s\right)\right], \tag{38}$$

$$h_2(t)=\frac{ax_1+bx_2-r}{s}+a\left(x_2-x_1\right)+a\left\{\begin{array}{c} f_1(t)b\left[\dfrac{t_1(t)b\left[2-\dfrac{1}{s}-s\right]+1-s}{1+bt_1(t)}\right] \\ -f_2(t)\left[\dfrac{(b+as)\left[\dfrac{at_2(t)}{s}-at_2(t)-1\right]+1}{1+at_2(t)}\right] \end{array}\right\}. \tag{39}$$

证明：参见附录 5。

与自由贸易相对比（定理 2），动态贸易政策的净效应由以上四式中每式最后一项给出。下述评论（是引理 3 的一个直接推论）刻画了贸易政策如何影响两个贸易伙伴国之间的经济收敛与趋异。

评论 1：在任何时间t，两国消费增长和产出增长的差异分别为：

$$q_1(t)-q_2(t)=af_2(t)-bf_1(t), \tag{40}$$

$$h_1(t)-h_2(t)=\left(x_1-x_2\right)+\left(af_2(t)-bf_1(t)\right)\left(1-s\right). \tag{41}$$

事实上，（40）式可以直接由（34）和（35）式导出。该式表明两个国家的消费水平收敛或趋异完全由关税变化率的加权差异决定。加速的贸易保护会有助于提高本国相较于

其贸易伙伴国的消费增长的速度。当$\alpha\phi_2(t)=\beta\phi_1(t)$时，两国消费增长速率相等，都等于自由贸易情况下的增长速率。（41）式表明，跨期替代弹性会改变动态贸易政策对两国产出增长率差异的影响。更精确地说，当$\sigma=1$时，动态贸易政策没有任何影响。当$\sigma\in(0,1)$时，加速的贸易保护会提高本国的产出增长的优势；而当$\sigma\in(1,\infty)$时，反之成立。当$\alpha\phi_2(t)=\beta\phi_1(t)$，产出增长率的差异等于 ISTP 速率的差异，与自由贸易的情况相同。而且，因为内生的同步性，对产业升级速度的影响与对产出增长的影响是相同的。

评论 2：恒定的关税（即$\phi_1(t)=\phi_2(t)=0,\forall t$）对每个国家长期均衡的增长速率和产业升级速率没有影响。

对增长速度无影响是因为不随时间变化的关税率不会扭曲每个国家的生产活动，因为关税只会影响贸易条件，而不是每个国家内部各产业之间的边际转换率。因此，如（31）和（32）式所示，关税只会对消费和福利带来无谓损失，但不会影响生产。当关税税率随时间变化，因为跨期贸易条件效应和市场规模效应，消费和产出的增长率也许会相应变化。具体而言，不失一般性，考虑国家 1 中渐进的贸易自由化（即$\phi_2(t)\le 0$）对长期增长的影响。结论可概括为如下定理，它同样是引理 3 的一个直接推论。

定理 9：在两国经济均开始增长之后，本国的贸易自由化通过如下的途径影响本国的经济增长：

$$[1]\,When\ \sigma\in(0,1),\ \frac{\partial\theta_1(t)}{\partial|\phi_2(t)|}\begin{cases}>0, & \text{when}\quad \tau_2(t)>\tau_2^*\\ =0, & \text{when}\quad \tau_2(t)=\tau_2^*\\ <0, & \text{when}\quad \tau_2(t)<\tau_2^*\end{cases},\ \frac{\partial h_1(t)}{\partial|\phi_2(t)|}\begin{cases}>0, & \text{when}\quad \tau_2(t)>\tau_2^{**}\\ =0, & \text{when}\quad \tau_2(t)=\tau_2^{**}\\ <0, & \text{when}\quad \tau_2(t)<\tau_2^{**}\end{cases},$$

$$where\ \tau_2^*\equiv\frac{\sigma}{\alpha(1-\sigma)}\ and\ \tau_2^{**}\equiv\frac{\beta(1-\sigma)}{\frac{\alpha\beta}{\sigma}+\alpha\sigma-2\alpha\beta}.$$

$$[2]\,When\ \sigma\in[1,\infty),\ \frac{\partial\theta_1(t)}{\partial|\phi_2(t)|}<0\ and\ \frac{\partial h_1(t)}{\partial|\phi_2(t)|}\ge 0,\ whenever\ \tau_2(t)\ge 0,$$

[2] *中“=”仅当$\sigma=1$时成立。*

第一部分陈述了，当跨期替代弹性大于 1（$\sigma\in(0,1)$）时，消费增长率先随贸易自由化的速度而增加，直到τ_2降到τ_2^*。在此之后，消费增长率随贸易自由化的速度严格递减（当$\tau_2<\tau_2^*$）。类似的，产出增长率也先随贸易自由化的速度而增加，但是一旦关税税率小于τ_2^{**}，则随贸易自由化的速度而减小。注意到$\tau_2^{**}<\tau_2^*$，意味着如果自由化不断加速，消费增长率会比产出增长率更早开始下降。

对于这种非单调影响的经济学直觉解释如下。随着关税税率的下降，进口变得愈发便宜，所以会强化跨期替代弹性效应，即消费者通过储蓄的方式用明天的消费替代今天的消

费，相应地就增加了消费的增长速度。另一方面，随着进口价格变得更加便宜，真实收入也不断增加。这个正向的收入效应趋向于增加消费而减少储蓄，相应地会降低消费增长率。当关税税率足够高的时候，替代效应强于收入效应，因此加速的贸易自由化会提高消费的增长速率。但是，随着关税水平的下降，替代效应会不断减弱。最终，当关税税率足够小的时候，收入效应反过来强于替代效应，因此消费增长率开始下降。与之对称的，如果贸易自由化在国家 1 中减速（即$|\phi_2(t)|$随时间减少），那么消费增长率会先减小而后增加。

为了理解对产出增长率的影响，首先请注意当进口关税税率下降时，存在两种相互竞争的效应。第一种是替代效应，趋向于减少本国对国内产出的需求。第二种是正向收入效应，因为关税减少而带来的真实收入增加， 从而趋向于增加对国内产出的需求。因为进口和出口产品之间的替代弹性为 1（柯布-道格拉斯函数）[①]，所以对国内产出的净影响为正。竞争性的市场力量使得国内商品产出增加，但因为（33）式的贸易平衡条件，仅仅部分地抵消了进口商品相对价格的下降。因此，加速的贸易自由化最终导致产出增长率的提高（$\frac{\partial h_1(t)}{\partial|\phi_2(t)|}>0$）。因为只有一部分的总产出才用于国内消费，所以对消费增长率的影响小于对产出增长率的影响。这就是为什么消费增长速率会先于产出增长速率下降（$\tau_2^{**}<\tau_2^{*}$）。

定理的第二部分说明，当跨期替代弹性小于 1 时（$\sigma\in(1,\infty)$），非单调的结果将会消失：加速的贸易自由化会严格减少国内的消费增长率，因为跨期收入效应永远强于跨期替代效应。另一方面，加速的贸易自由化会严格增加产出增长率，主要是因为来自贸易伙伴国的外部需求增加，所以本国从贸易自由化中受益并加速增长。

如下定理同样由引理 3 推导可得，它总结了一个国家的长期增长率是如何受到贸易伙伴国的贸易自由化的影响的。

定理 10：在两国都开始工业化经济增长之后，国外的贸易自由化通过以下方式影响国内的增长：对任意$\sigma\in(0,\infty)$，$i=1,2$，*有*$\frac{\partial\theta_i(t)}{\partial|\phi_i(t)|}>0$*及*$\frac{\partial^2\theta_i(t)}{\partial|\phi_i(t)|\partial t}<0$。*此外，有*

$$\frac{\partial h_i(t)}{\partial|f_i(t)|}\begin{cases}>0, & \text{when} \quad s\in(0,1)\\ =0, & \text{when} \quad s=1\\ <0, & \text{when} \quad s\in(1,\infty)\end{cases}.$$

此定理表明，当贸易伙伴国单边加速贸易自由化时，消费增长率永远增加（$\frac{\partial\theta_i(t)}{\partial|\phi_i(t)|}>0$）。但是由于关税的减少，边际影响会逐渐下降（$\frac{\partial^2\theta_i(t)}{\partial|\phi_i(t)|\partial t}<0$）。另一方

[①]在附录中，我们探讨了一个更加一般化的消费会影响进口支出比例的模型。模型结论表明，单边关税下降可能增加或减少消费和产出的增长率，要取决于三个因素：（1）跨期替代弹性是否大于 1；（2）本国是否有一个更高的 ISTC 的速率；（3）进口支出比例的边际变化是否对国外降关税足够敏感。

面，取决于跨期替代弹性是大于还是小于 1，贸易伙伴国的加速贸易自由化可能提高或降低本国的产出增长率。这个结论的经济直觉解释可依照之前类似问题的方式去理解。

上述两个定理表明，为了更加深入地理解贸易自由化对经济增长的影响，我们不能囿于静态的贸易模型。贸易自由化的速度也至关重要！根据现有关税水平和（或）跨期替代弹性是否大于 1，同样方向的政策变化可能导致对产出和消费的增长率效果正好相反。

五、结论

为了研究国际贸易和动态贸易政策如何影响工业化、产业动态生命周期和总体经济增长，本文在 Ju, Lin 和 Wang(2015)的封闭经济模型基础上，进一步构建了一个易于处理的含有国际贸易的两国增长模型。模型获得封闭解，并且完全刻画了在总体经济持续增长的路径下，每个微观行业的驼峰状的生命周期动态。研究表明，对于发展较早和较晚的国家，贸易带来的影响一般是不同的。文章还发现跨期替代弹性是一个至关重要的参数，经常决定了贸易伙伴国的 ISTP 和动态贸易政策影响的方向，这是因为该参数决定了跨期贸易条件（替代）效应是否强于动态市场规模（收入）效应。这两种效应对内生的储蓄决策有相反的影响。当跨期替代弹性大于 1 时，前者占主导地位。当弹性等于 1 时，二者恰好抵消。该弹性同时还决定了贸易自由化对经济增长的影响方向。更具体地说，当弹性大于 1 时，加速的贸易自由化首先增加本国消费与产出的增长率和产业升级的速度。当关税降到足够低的水平以后，作用的影响恰好相反。

未来可以从如下几个方向继续理论研究。一是放松阿明顿假设，回归传统的多锥 HO 模型，即 Dornbusch, Fischer & Samuelson（1980）的动态版本。虽然从概念上讲，这么做对于探究产业的动态生命周期更加自然，也更有吸引力，但是关键的挑战在于分析处理的难度问题。因为这个方法不但极大地提高了问题的非线性的程度（因为此时国内各产业之间为不完全替代），而且加剧恶化了通常所说的“维度的诅咒”(curse of dimensionality)的问题。而在本文的模型中，由于线性的假设，产业会内生性地退出，从而绕过了高维问题。要回归传统的多锥 HO 的动态大国增长模型，将很可能需要使用数值模拟的方法进行，对于相关参数的比较静态分析也将取决于每一个参数的具体赋值。第二个方向是允许不平衡的贸易和国际资本流动（见 Costinot, Lorenzoni & Werning, 2013; Keyu Jin, 2012）。第三个方向是通过扩展 Bernard, Redding & Schott（2007），向其中每一个行业都引入企业生产率的异质性。该方法可能会对产业升级中的厂商的动态变化的研究提供更多更丰富的线索。

此外，本文的主要贡献是理论上的，未来在实证方面也可以进一步深入研究。譬如，本文发现跨期替代弹性是否大于 1 对于很多结论都非常关键，而 Havranek, et al. (2013)的实证研究发现各国的跨期替代弹性的估计值的确有些大于 1，有些小于 1。因此，未来可以对本文模型的理论推测结合跨期替代弹性的估计做实证检验。贸易自由化的速度对产业升级的非单调影响也特别值得细致的实证检验。

参考文献

Acemoglu, Daron. 2007. "Equilibrium Bias of Technology". *Econometrica*, 75(5): 1371-1410.

Acemoglu, Daron, and Jaume Ventura. 2002. "The World Income Distribution". *Quarterly Journal of Economics*. 659-694.

Atkeson,A., Kehoe,P.J., 2000. "Paths of Development for Early-and Late-Bloomers in a Dynamic Heckscher-Ohlin Model." Federal Reserve Bank of Minneapolis, Re- search Department Staff Report 256.

Bajona, Claustre and Timothy J. Kehoe. 2010. "Trade, Growth, and Convergence in a Dynamic Heckscher-Ohlin Model", *Review of Economic Dynamics*, 13 (July): 487-513

Ben-David, Dan. 1993. "Equalizing Exchange: Trade Liberalization and Income Convergence", *Quarterly Journal of Economics* 108(3): 653-679

Bernard, Andrew, Stephen Redding and Peter Schott. 2007. "Comparative Advantage and Heterogeneous Firms". *Review of Economic Studie*s. 74: 31-66

Baldwin, Robert. 2004. "Openness and Growth: What is the Empirical Relationship" in *Challenges to Globalization: Analyzing the Economics*. edited by Robert E. Baldwin and L. Alan Winters. The University of Chicago Press

Boldrin, M. and R. Deneckere. 1990. "Source of Complex Dynamics in Two-Sector Growth Models", *Journal of Economics and Dynamic Control* 14: 627-653

Bond, E.W., Trask, K., Wang, P., 2003. "Factor Accumulation and Trade: Dynamic Comparative Advantage with Endogenous Physical and Human Capital." *International Economic Review* 44,1041-1060.

Costinot, Arnaud, G. Lorenzoni and I. Werning. 2013. "A Theory of Capital Controls as Dynamic Terms-of-Trade Manipulation", *Journal of Political Economy*, forthcoming

Chatterjee, Partha and Malik Shukayev. 2012. "A Stochastic Dynamic Model of Trade and Growth: Convergence and Diversification", *Journal of Economic Dynamics & Control* 36: 416-432

Chen, Zhiqi. 1992. "Long-Run Equilibrium in a Dynamic Heckscher-Ohlin Model", *Canadian Journal of Economics* 25: 923-943

Chenery, Hollis B., Robinson Sherman, and Syrquin Moshe. 1986. *Industrialization and Growth: A Comparative Study*. New York: Oxford University Press (for World Bank)

Cunat, A. and M. Maffezzoli. 2004. "Neoclassical Growth and Commodity Trade", *Review of Economic Dynamics* 7: 707-736

Deardorff, Alan V. 2000. "Factor Prices and the Factor Cotent of Trade Revisited: Whatís the Use?" *Journal of International Economics*, 50(1): 73-90

Dornbusch, Rudiger, Stanley Fischer and Paul Samuelson. 1980. "Heckscher-Ohlin Trade Theory with a Continuum of Goods". *Quarterly Journal of Economics* 95(September): 203-224

Eaton, Jonathan, and Samuel Kortum. 2001. "Technology, Trade, and Growth: A Unified Framework", *European Economic Review* 45: 742-755

Ederington, Josh and Phillip McCalman. 2009. "International Trade and Industrial Dynamics", *International Economic Review*, 50(3):961-989.

Edwards, Sebastian. 1993. "Openness, Trade Liberalization, and Growth in Developing Countries", *Journal of Economic Literature*. 31 (3): 1358-1393

Feenstra, Robert C. , Maurice Obstfeld, and Katheryn N. Russ, 2010. "In Search of the Armington Elasticity", manuscript

Flam, Harry and Elhanan Helpman. 1987. "Vertical Product Differentiation and North-South Trade". *American Economic Review* 77(December): 810-822

Findlay, F.,1970. "Factor Proportions and Comparative Advantage in the Long Run". *Journal of Political Economy*78, 27ñ34.

Frankel, Je§rey A., and David H. Romer. 1999. "Does Trade Cause Growth?" *American Economic Review* 89(3): 379-399

Greenwood, Jeremy, Zvi Hercowitz and Per Krusell. 1997. "Long-Run Implications of Investment-Specific Technological Progress", *American Economic Review* 87(3): 342-362

Grossman, Gene, and Elhanan Helpman, 1991. *Innovation and Growth in a Global Economy*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Hansen, Gary D. and Edward C. Prescott, 2002. "Malthus to Solow," *American Economic Review* 92(4): 1205-1217

Haraguchi, Nobuya, and Gorazd Rezonja. 2010. "In Search of General Patterns of Manufacturing Development", UNIDO working paper

Havranek, T., Horvath, R., Irsova, Z.,Rusnak, M. 2013. “Cross-Country Heterogeneity in Intertemporal Substitution” IES Working Paper 11/2013. IES FSV. Charles University.

Jin, Keyu, 2012. "Industrial Structure and Financial Capital Flows", *American Economic Review* 102(5): 2111-2146.

Ju, Jiandong, Justin Yifu Lin, and Yong Wang. 2015. " Endowment Structures, Industrial Dynamics, and Economic Growth." *Journal of Monetary Economics* 76(2015):244-263

Kiyota, Kozo. 2012. "A Many-Cone World?" *Journal of International Economics* 86 (2012) 345-354

Krugman, Paul. 1979."A Model of Innovation, Technology Transfer, and the World Distribution of Income." *Journal of Political Economy* 87(April): 253-266

Leamer,Edward. 1987."Path of Development in Three-Factor n-Good General Equilibrium Model." *Journal of Political Economy* 95 (October): 961-999

Lucas, Robert E. Jr., 2009. "Trade and the Diffusion of the Industrial Revolution", *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1(1): 1-25

Mastuyama, Kiminori. 1992. "Agricultural Productivity, Comparative Advantage and Economic Growth." *Journal of Economic Theory* 58(December): 317-334

Mastuyama, Kiminori. 2009. "Structural Change in an Interdependent World: A Global View of Manufacturing Decline," *Journal of the European Economic Association*, 7 (April- May): 478-486.

McMillan, Margaret and Dani Rodrik. 2011. "Globalization, Structural Change, and Productivity Growth", Harvard University working paper

Mussa, M.. 1978. "Dynamic Adjustment in the Heckscher-Ohlin-Samuelson Model," *Journal of Political Economy* 86: 775-791

Nishimura, K. and K. Shimomura. 2002. "Trade and Indeterminacy in a Dynamic General Equilibrium Model," *Journal of Economic Theory* 105: 244-260

Rodriguez, Francisco and Dani Rodrik. 2001. "Trade Policy and Economic Growth: A Skeptic's Guide to the Cross-National Evidence" in *NBER Macroeconomics Annual 2000*, edited by Ben Bernanke and Kenneth Rogoff. MIT Press

Sachs, Jeffrey D. and Andrew Warner, 1995. "Economic Reform and the Process of Global Integration", *Brookings Papers on Economic Activity*: 1-118

Schott, Peter. 2003. "One Size Fits All? Heckscher-Ohlin Specialization in Global Production", *American Economic Review* 93(June): 686-708

Shiells, Clinton R., Robert M. Stern and Alan V. Deardorff, 1986. "Estimates of the Elasticities of Substitution between Imports and Home Goods for the United States" *Weltwirtschaftliches- Archiv*, 122(3): 497-519.

Shiells, Clinton R. and Kenneth A. Reinert, 1993. "Armington Models and Terms-of- Trade Effects: Some Econometric Evidence for North America," *Canadian Journal of Economics*, 26(2): 299-316.

Stiglitz, Joseph E.. 1970. "Factor Price Equalization in a Dynamic Economy," *Journal of Political Economy* 78(3): 456-88.

Stokey, Nancy. 1991. "The Volume and Composition of Trade Between Rich and Poor Countries," *Review of Economic Studies*, 58 (January): 63-80.

Uy, Timothy, Kei-Mu Yi, and Jing Zhang. 2013. "Structural Transformation in an Open Economy." *Journal of Monetary Economics* 60(6): 667-682

Ventura, Jaume. 1997. "Growth and Interdependence." *Quarterly Journal of Economics*, February: 57-84

Ventura, Jaume. 2005. "A Global View of Economic Growth" in the *Handbook of Economic Growth*. Edited by Philippe Aghion and Steven N. Durlauf. The Elsevier Press

Wacziarg, Romain and Karen Horn Welch. 2008. "Trade Liberalization and Growth: New Evidence." *World Bank Economic Review* 22 (2): 187-231.

附录

附录 1。定理 2 证明。

为解决上述动态问题，对任意$n \geq 1$，在$t_{1,n} \leq t < t_{1,n+1}$区间建立贴现值汉密尔顿方程（discounted-value Hamiltonian），并用下标“$n,n+1$”表示此区间内所有变量：

$$
\begin{aligned}
H_{n,n+1} \quad &= \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t} + \eta_{n,n+1}\left[\xi_1 K_1(t) - \left[\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - \frac{\lambda^n(\alpha-\lambda)}{\alpha-1}L_1\right]\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\right] \\
&+\zeta_{n,n+1}^{n+1}\left(\lambda^{n+1}L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) + \zeta_{n,n+1}^{n}\left(\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - \lambda^n L_1\right)
\end{aligned}
$$

（42）

此处$\eta_{n,n+1}$为共状态（co-state）变量，$\zeta_{n,n+1}^{n+1}$和$\zeta_{n,n+1}^{n}$分别为两个约束条件$\lambda^{n+1}L_1$-$C_1(t) \geq 0$和$C_1(t)$-$\lambda^n L_1 \geq 0$的拉格朗日乘子（Lagrangian multiplier）。一阶导数和 K-T 条件为：

$$
\frac{\partial H_{n,n+1}}{\partial C_1} = C_1(t)^{-\sigma}e^{-\rho t} - \left(\eta_{n,n+1}\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n} + \zeta_{n,n+1}^{n+1} - \zeta_{n,n+1}^{n}\right)\frac{1}{\alpha^2 X_2^{\beta}(t)}\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}-1} = 0 \qquad (43)
$$

$$
\zeta_{n,n+1}^{n+1}\left(\lambda^{n+1}L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) = 0;\ \zeta_{n,n+1}^{n+1} \geq 0,\ \lambda^{n+1}L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \geq 0
$$

$$
\zeta_{n,n+1}^{n}\left(\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - \lambda^n L_1\right) = 0,\ \zeta_{n,n+1}^{n} \geq 0, \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - \lambda^n L_1 \geq 0.
$$

此外有

$$\eta'_{n,n+1}(t) = -\frac{\partial H_{n,n+1}}{\partial K_1} = -\eta_{n,n+1}\xi_1. \tag{44}$$

特别的，当$[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}]^{\frac{1}{\alpha}} \in (\lambda^n L_1, \lambda^{n+1} L_1)$，$\zeta_{n,n+1}^{n+1} = \zeta_{n,n+1}^{n} = 0$，则（43）式变为：

$$C_1(t)^{-\sigma} e^{-\rho t} = \eta_{n,n+1} \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^n}{\lambda^{n+1} - \lambda^n} \frac{1}{\alpha^2 X_2^{\beta}(t)} \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}-1}. \tag{45}$$

等式左边为增加 1 单位总消费带来的边际效用，而右边为这 1 单位消费导致的资本减少，从而带来的边际效用损失。等式右边根据链式法则可分解为相乘的三项：资本的边际效用$\eta_{n,n+1}$，每增加 1 单位总消费的边际资本需求$\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}$和贸易条件指数$\frac{1}{\alpha^2 X_2^{\beta}(t)}[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}]^{\frac{1}{\alpha}-1}$。将（45）式两边取对数，并对$t$取微分，得到：

$$\left(\frac{1}{\alpha} + \sigma - 1\right)\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)} = \xi_1 - \rho + \frac{\beta}{\alpha}\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)}, \tag{46}$$

对任意$n \geq 0$及$t_{1,n} \leq t < t_{1,n+1}$成立。

对称的，也可得到：

$$\left(\frac{1}{\beta} + \sigma - 1\right)\frac{\dot{C}_2(t)}{C_2(t)} = \xi_2 - \rho + \frac{\alpha}{\beta}\frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)}. \tag{47}$$

考虑到（8）式在任何时候均成立，可得：

$$\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)} = \frac{\dot{C}_2(t)}{C_2(t)} = \alpha\frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)} + \beta\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)}. \tag{48}$$

因此，得到（16）式。为了证明的完整性，注意到严格凹的效用函数表明最优消费流量$C_1(t)$整个过程中必须连续并足够光滑（没有弯折（kink）），从而根据（48）式有：

$$C_1(t) = C_1(t_{1,0})e^{\frac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2-\rho}{\sigma}(t-t_{1,0})} \text{ for any } t \geq t_{1,0}. \tag{49}$$

依照 Kamien & Schwartz（1991），在$t = t_{1,n+1}$有额外的两个必要条件

$$H_{n,n+1}(t_{1,n+1}) = H_{n+1,n+2}(t_{1,n+1}) \tag{50}$$

$$\eta_{n,n+1}(t_{1,n+1}) = \eta_{n+1,n+2}(t_{1,n+1}) \tag{51}$$

将（50）和（51）式带入（42）式，可以证实$K_1^-\left(t_{1,n+1}\right) = K_1^+(t_{1,n+1})$。换言之，$K_1(t)$连续。

当$t \le t_{1,0}$，

$$H_0 = \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t} + \eta_0 \xi_1 K_1(t) + \zeta_0\left(L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) \tag{52}$$

一阶导数条件和 K-T 条件（Kuhn-Tucker condition）为：

$$C_1(t)^{-\sigma}e^{-\rho t} = \frac{1}{\alpha}\zeta_0\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}-1}\frac{1}{\alpha X_2^{\beta}(t)}$$

$$\eta_0'(t) = -\frac{\partial H_{n,n+1}}{\partial K_1} = -\eta_0 \xi_1.$$

$$\zeta_0 \ge 0, L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \ge 0 \text{ and } \zeta_0\left(L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) = 0.$$

因此，得到$\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)} = 0$，$\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)} = \beta\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}$。以及$\frac{\dot{\varsigma_0}(t)}{\varsigma_0(t)} = \rho\text{-}\beta(1-\sigma)\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}$。

当$t \in (t_{1,0}, t_{1,1})$，

$$\begin{aligned} H_{0,1} &= \frac{C_1(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t} + \eta_{0,1}\left[\xi_1 K_1(t) - \frac{\alpha}{\lambda-1}\left[\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - L_1\right]\right] \\ &+ \zeta_{0,1}^{1}\left(\lambda L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) + \zeta_{0,1}^{0}\left(\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^{\beta}(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - L_1\right) \end{aligned} \tag{53}$$

最优条件为：

$$C_1(t)^{-\sigma} e^{-\rho t} - \left(\eta_{0,1}\frac{\alpha}{\lambda - 1} + \zeta_{0,1}^1 - \zeta_{0,1}^0\right)\frac{1}{\alpha^2 X_2^\beta(t)}\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}-1} = 0 \tag{54}$$

$$\zeta_{0,1}^1(\lambda L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}) = 0;\ \zeta_{0,1}^1 \geq 0, \lambda L_1 - \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \geq 0$$

$$\zeta_{0,1}^0(\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - L_1) = 0,\ \zeta_{0,1}^0 \geq 0, \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}} - L_1 \geq 0.$$

同时有

$$\eta_{0,1}'(t) = -\frac{\partial H_{0,1}}{\partial K_1} = -\eta_{0,1}\xi_1. \tag{55}$$

因此有

$$C_1(t)^{-\sigma} e^{-\rho t} = \eta_{0,1}\frac{1}{\lambda - 1}\frac{1}{\alpha X_2^\beta(t)}\left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{\beta}{\alpha}}$$

意味着

$$(\frac{1}{\alpha} + \sigma - 1)\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)} = \xi_1 - \rho + \frac{\beta}{\alpha}\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)}.$$

同时

$$X_1(t) = \left[\frac{C_1(t)}{\alpha X_2^\beta(t)}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

如果$t < t_{2,0}$成立，$\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)} = 0$且$\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)} = \alpha\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)}$。如果$t > t_{2,0}$，则$\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)} = 0$且$\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)} = \alpha\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)}$。

因此，当$t < \min\{t_{1,0}, t_{2,0}\}$，必有$X_1(t) = L_1$；$X_2(t) = L_2$；$C_1(t) = \alpha L_1^\alpha L_2^\beta$；$C_2(t) = \beta L_1^\alpha L_2^\beta$。换言之，

$$\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)}=\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)}=\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)}=\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}=0.$$

假设$t_{1,0}\neq t_{2,0}$，则当$t\in[t_{1,0},t_{2,0}]$，得到

$$(\frac{1}{a}+s-1)\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)}=x_1-r+\frac{b}{a}\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}.$$

同时，

$$\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}=0,\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)}=a\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)},\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)}=\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)}$$

因此

$$\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)}=\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)}=\frac{x_1-r}{\frac{b}{a}+s}$$

$$\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)}=\frac{x_1-r}{b+as};\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}=0.$$

对称的，当$t\in[t_{2,0},t_{1,0}]$，则有

$$\frac{\dot{C_1}(t)}{C_1(t)}=\frac{\dot{C_2}(t)}{C_2(t)}=\frac{x_2-r}{\frac{a}{b}+s}$$

$$\frac{\dot{X_2}(t)}{X_2(t)}=\frac{x_2-r}{a+bs};\frac{\dot{X_1}(t)}{X_1(t)}=0.$$

证毕。

附录 2。引理 1 证明。

首先注意到（13）式表明

$$\frac{\dot{P}_1(t)}{P_1(t)} - \frac{\dot{P}_2(t)}{P_2(t)} = \frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)} - \frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)} = \xi_2 - \xi_1. \tag{56}$$

此外，回忆最终品的价格任何时候都标准化到单位 1 的条件，即

$$\left(\frac{P_1(t)}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{P_2(t)}{\beta}\right)^{\beta} = 1,$$

意味着

$$\alpha\frac{\dot{P}_1(t)}{P_1(t)} + \beta\frac{\dot{P}_2(t)}{P_2(t)} = 0. \tag{57}$$

结合（56）式和（57）式得到（19）式。

证毕。

附录 3。

在附录 3 中，将解得当$\vartheta_{i,0} < K_i(0) \leq \vartheta_{i,1}$时，总产出$X_i(0)$的初始值。同时，也会表明如何导出$\vartheta_{i,n}$的阈值，$\forall n = 0,1,2,\ldots$此外，还刻画了如果在 0 时刻国家$\boldsymbol{i}$已经经济起飞，将会发生的情况。不失一般性，本文展示如何导出$X_1(0)$和$\{\vartheta_{1,n}\}_{n=0}^{\infty}$。国家 2 相应的值可以类似推出。

第一部分

现分析当$K_{1,0} \in (0, \vartheta_{1,0}]$的情况，因此国家 1 必然开始于只生产产品 0。

$$\max_{C_1(t)} \int_0^{t_{1,0}} \frac{C_1(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{t_{1,n}}^{t_{1,n+1}} \frac{C_1(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt$$

服从于：

$$\dot{K}_1 = \begin{cases} \xi_1 K_1 & \text{when} \quad 0 \le t \le t_{1,0} \\ \xi_1 K_1 - E_{1,(0,1)}(X_1), & \text{when} \quad t_{1,0} \le t \le t_{1,1} \\ \xi_1 K_1 - E_{1,(n,n+1)}(X_1), & \text{when} \quad t_{1,n} \le t \le t_{1,n+1}, \text{ for } n \ge 1 \end{cases},$$

$$K_1(0) \text{ is given.}$$

当$0 \le t \le t_{1,0}$，必然有$X_1(t) = L_1$，所以$C_1(t) = \alpha L_1^{\alpha} X_2^{\beta}(t)$。相应的含拉格朗日乘子的贴现值汉密尔顿方程为：

$$H_0 = \frac{C_1(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} + \eta_0 \xi_1 K_1(t) + \zeta_0^0 \left[\alpha L_1^{\alpha} X_2^{\beta}(t) - C_1(t) \right].$$

一阶导数条件和 K-T 条件为

$$C_1(t)^{-\sigma} e^{-\rho t} = \zeta_0^0;$$

$$\zeta_0^0 \left[\alpha L_1^{\alpha} X_2^{\beta}(t) - C_1(t) \right] = 0;$$

$$\alpha L_1^{\alpha} X_2^{\beta}(t) - C_1(t) = 0 \text{ when } \zeta_0^0 > 0,$$

以及

$$\dot{\eta}_0 = -\frac{\partial H_0}{\partial K_1} = -\eta_0 \xi_1.$$

在经济起飞之前没有资本被用作生产，因此

$$\dot{K}_1(t) = \xi_1 K_1(t).$$

当资本存量K_1超过$\vartheta_{1,0}$一点点，经济开始生产产品 0 和产品 1。从此刻开始，面临的问题与刚刚在第一部分中解决的问题完全相同。根据定义，$t_{1,0}$表示K_1等于$\vartheta_{1,0}$的时间：

$$K_{1,0} e^{\xi_1 t_{1,0}} = \vartheta_{1,0},$$

所以$t_{1,0}=\frac{\log\frac{\vartheta_{1,0}}{K_{1,0}}}{\xi_1}$。考虑$i^{**}=1$的简单情况，所以消费增长率和产出增长率在国家 1 经济起飞后会保持恒定。

$$C_1(t)=\begin{cases}\alpha L_1^{\alpha}X_2^{\beta}(t), & \text{when} \quad t\le t_{1,0}\\ \alpha L_1^{\alpha}X_2^{\beta}(t)e^{\alpha h_1(t-t_{1,0})}, & \text{when} \quad t>t_{1,0}\end{cases},$$

此处$h_1=\beta(\xi_1\text{-}\xi_2)+\frac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2\text{-}\rho}{\sigma}$。对任意$j\ge 1$，因为$t_{1,j}$是只生产产品$j$的时间点，故有$L_1e^{h_1(t_{1,j}\text{-}t_{1,0})}=X_1\left(t_{1,j}\right)=\lambda^jL_1$，因此有$t_{1,j}=t_{1,0}+(\frac{\log\lambda}{h_1})j$，$t_{1,0}=\frac{\log\frac{\vartheta_{1,0}}{K_{1,0}}}{\xi_1}$。

相应的，在均衡路径上的资本存量为

$$K_1(t)=\begin{cases}K_{1,0}e^{\xi_1 t}, & \text{for} \quad t\in[0,t_{1,0}]\\ \frac{-\frac{\alpha L_1}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}e^{h_1(t-t_{1,0})}+\frac{-\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}+\left[\vartheta_{1,0}+\frac{\frac{\alpha L_1}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}+\frac{\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}\right]e^{\xi_1(t-t_{1,0})}, & \text{for} \quad t\in[t_{1,0},t_{1,1}]\\ F(t), & \text{for} \quad t\in[t_{1,n},t_{1,n+1}],\ \text{any } n\ge 1\end{cases}$$

（58）

此处

$$\begin{aligned}F(t)\equiv&-\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\left[\frac{L_1e^{h_1t}}{\left(h_1-\xi_1\right)}+\frac{\lambda^n(\alpha-\lambda)L_1}{\xi_1\left(\alpha-1\right)}\right]\\&+\left[\lambda^n\right]^{\frac{-\xi}{h_1}}\left\{K_1(t_{1,n})+\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda-1}L_1\left[\frac{1}{\left(h_1-\xi_1\right)}+\frac{(\alpha-\lambda)}{\xi_1\left(\alpha-1\right)}\right]\right\}e^{\xi_1(t-t_{1,0})}.\end{aligned}$$

由连续性，有

$$\begin{aligned}K_1(t_{1,n+1})=F(t_{1,n+1})\equiv&-\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\left[\frac{L_1e^{h_1t_{1,n+1}}}{\left(h_1-\xi_1\right)}+\frac{\lambda^n(\alpha-\lambda)L_1}{\xi_1\left(\alpha-1\right)}\right]\\&+\left[\lambda^n\right]^{\frac{-\xi_1\sigma}{\xi_1-\rho}}\left\{K_1(t_{1,n})+\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda-1}L_1\left[\frac{1}{\left(h_1-\xi_1\right)}+\frac{(\alpha-\lambda)}{\xi_1\left(\alpha-1\right)}\right]\right\}e^{\xi_1(t_{1,n+1}-t_{1,0})}\end{aligned}$$

$$K(t_{1,n+1})=y_1 l^{\frac{nx_1}{h_1}}\frac{a l^{\frac{-x_1}{h_1}}\left[1-\left(a l^{\frac{-x_1}{h_1}}\right)^n\right]}{1-a l^{\frac{-x_1}{h_1}}}+l^{\frac{nx_1}{h_1}}K_1(t_{1,1})$$

此处

$$y_1\circ\frac{L_1(a-1)}{l-1}\left\{\left(l^{\frac{x_1}{h_1}}-l\right)\frac{1}{\left(h_1-x_1\right)}+\left(l^{\frac{x_1}{h_1}}-1\right)\frac{(a-l)}{x_1\left(a-1\right)}\right\}.$$

横截条件由下式导出

$$\lim_{t\to\infty}H(t)=0,$$

所以

$$\lim_{t\to\infty}\left[\frac{C_1(t)^{1-s}-1}{1-s}e^{-rt}+h_{n(t),n(t)+1}\left[x_1K_1(t)-E_{1,(n(t),n(t)+1)}(X_1(t))\right]\right]=0.$$

注意到

$$\lim_{t\to\infty}\left[\frac{C_1(t)^{1-s}-1}{1-s}e^{-rt}+h_{n(t),n(t)+1}\left[x_1K_1(t)-E_{1,(n(t),n(t)+1)}(X_1(t))\right]\right]$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left[\frac{C_1(0)^{1-s}e^{\frac{(1-s)(ax_1+bx_2)-r}{s}t}}{1-s}+h_{n(t),n(t)+1}\left[x_1K_1(t)-E_{1,(n(t),n(t)+1)}(X_1(t))\right]\right]$$

$$=\lim_{t\to\infty}h_{n(t),n(t)+1}[x_1K_1(t)-E_{1,(n(t),n(t)+1)}(X_1(t))]$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left\{h_{(0)}e^{-x_1t}\left[x_1K_1(t)-\left[X_1(0)e^{h_1t}-\frac{l^{n(t)}(a-l)}{a-1}L_1\right]\frac{a^{n(t)+1}-a^{n(t)}}{l^{n(t)+1}-l^{n(t)}}\right]\right\}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left\{h_{(0)}\left[x_1K_1(t)e^{-x_1t}-\left[-\frac{e^{-x_1t}l^{n(t)}(a-l)}{a-1}L_1\right]\frac{a^{n(t)+1}-a^{n(t)}}{l-1}\right]\right\}$$

$$=\lim_{t\to\infty}K_1(t)e^{-\xi_1 t},$$

此处第二个等号由（12）式得出，第四个等号因为$\xi_1 > h_1$。因此必须有

$$\lim_{t\to\infty}K_1(t)e^{-\xi_1 t}=0,$$

则意味着$\lim_{t\to\infty}F(t)e^{-\xi_1 t}=0$，

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\alpha\right)^n\frac{K_1(t_{1,n})}{\alpha^n}=0$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)^{n+1}\psi_1\lambda^{\frac{n\xi_1}{\eta_1}}\frac{\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\left[1-\left(\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)^n\right]}{1-\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}+\left(\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)^{n+1}\lambda^{\frac{n\xi_1}{\eta_1}}K_1(t_{1,1})=0$$

$$\Rightarrow \; K_1(t_{1,1})=-\psi_1\frac{\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}{1-\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}.$$

结合（58）式，得到

$$\frac{-\frac{\alpha L_1}{\lambda-1}}{\eta_1-\xi_1}e^{\eta_1(t_{1,1}-t_{1,0})}+\frac{-\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}+\left[\vartheta_{1,0}+\frac{\frac{\alpha L_1}{\lambda-1}}{\eta_1-\xi_1}+\frac{\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}\right]e^{\xi_1(t_{1,1}-t_{1,0})}=-\psi_1\frac{\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}{1-\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}},$$

导出

$$\vartheta_{1,0}=\frac{\alpha L_1\eta_1\left[\lambda^{1-\frac{\xi_1}{\eta_1}}-1\right]\left(1-\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)}{\left(1-\alpha\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)(\lambda-1)(\eta_1-\xi_1)\xi_1}. \tag{59}$$

运用相似的算法，可以完全刻画当$K_{1,0} > \vartheta_{1,1}$的情况。对于发展较早的国家，国家 2，分析过程类似。

证毕。

第二部分

现导出国家 1 开始于生产产品 0 和产品 1 的充要条件。同样，为了简单，假设$i^{**}=1$。当$t\in[0,t_{1,1}]$，根据表 1 有

$$E_1(t)=\frac{\alpha}{\lambda-1}(X_1(t)-L_1)=\frac{\alpha}{\lambda-1}(X_1(0)e^{h_1 t}-L_1),$$

此处$h_1=\beta(\xi_1\text{-}\xi_2)+\frac{\alpha\xi_1+\beta\xi_2\text{-}\rho}{\sigma}$。相应的，

$$\dot{K}_1=\xi_1K_1(t)-E_1(C_1(t))=\xi_1K_1(t)-\frac{\alpha}{\lambda-1}(X_1(0)e^{h_1t}-L_1)$$

用条件$K_1(0)=K_{1,0}$解此一阶微分方程，得到

$$K_1(t)=\frac{-\frac{\alpha X_1(0)}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}e^{h_1t}+\frac{-\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}+\left[K_{1,0}+\frac{\frac{\alpha X_1(0)}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}+\frac{\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}\right]e^{\xi_1t},\tag{60}$$

表明

$$K_1(t_{1,1})=\frac{-\frac{\alpha\lambda L_1}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}+\frac{-\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}+\left[K_{1,0}+\frac{\frac{\alpha X_1(0)}{\lambda-1}}{h_1-\xi_1}+\frac{\alpha L_1}{\xi_1(\lambda-1)}\right]\left(\frac{\lambda L_1}{X_1(0)}\right)^{\frac{\xi_1}{h_1}}.\tag{61}$$

当对$\forall n\geq1$及$t\in[t_{1,n},t_{1,n+1}]$，有

$$K_1(t)=-\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\left[\frac{X_1(0)e^{h_1t}}{h_1-\xi_1}+\frac{\lambda^n(\alpha-\lambda)L_1}{\xi_1(\alpha-1)}\right]+\theta_{n,n+1}e^{\xi_1t}.\tag{62}$$

此式与$X_1(0)e^{h_1t_{1,n}}=X_1(t_{1,n})=\lambda^nL_1$，决定了

$$\theta_{n,n+1}=\left[\frac{\lambda^nL_1}{X_1(0)}\right]^{\frac{-\xi_1}{h_1}}\left\{K_1(t_{1,n})+\frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda-1}L_1\left[\frac{1}{h_1-\xi_1}+\frac{(\alpha-\lambda)}{\xi_1(\alpha-1)}\right]\right\}.\tag{63}$$

代入$t = t_{1,n+1} = \frac{\log\frac{\lambda^{n+1}L_1}{X_1(0)}}{h_1}$和（63）式进（62）式得

$$K_1(t_{1,n+1}) = \lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}K_1(t_{1,n}) + \frac{\alpha^{n+1}-\alpha^n}{\lambda-1}L_1\left[\frac{\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}-\lambda}{\eta_1-\xi_1} + \frac{(\alpha-\lambda)(\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}-1)}{\xi_1(\alpha-1)}\right],$$

递推可得

$$K_1(t_{1,n}) = \lambda^{\frac{(n-1)\xi_1}{\eta_1}}K_1(t_{1,1}) + (\alpha-1)B\lambda^{\frac{(n-2)\xi_1}{\eta_1}}\frac{\alpha\left[1-\left(\alpha\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}\right)^{n-1}\right]}{1-\alpha\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}},\ \text{for any } n \geq 2 \tag{64}$$

此处参数B定义为

$$B \equiv \frac{L_1}{\lambda-1}\left[\frac{\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}-\lambda}{\eta_1-\xi_1} + \frac{(\alpha-\lambda)\left(\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}-1\right)}{\xi_1(\alpha-1)}\right].$$

（20）式表明$B < 0$。将（62）、（63）及（64）式代入横截条件$\lim_{t\to\infty}K_1(t)e^{-\xi_1 t} = 0$，并结合（20）式，得到

$$\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}K_1(t_{1,1}) + (\alpha-1)B\lambda^{-2\frac{\xi_1}{\eta_1}}\frac{\alpha}{1-\alpha\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}} = 0,$$

可导出

$$K_1(t_{1,1}) = -\frac{(\alpha-1)B\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}\alpha}{1-\alpha\lambda^{-\frac{\xi_1}{\eta_1}}} > 0. \tag{65}$$

可证明，如果没有条件（20）式，除非B和$K_1(t_{1,1})$均等于 0，横截条件并不被满足。而此种情况在经济上不合理，因为国际借贷被禁止，则$K_1(t_{1,1}) > 0$因资源限制必须成立。

根据（61）式，有

$$\left[K_{1,0}+\frac{aX_1(0)}{(\lambda-1)(\eta_1-\xi_1)}+\frac{aL_1}{\xi_1(\lambda-1)}\right]\left(\frac{\lambda L_1}{X_1(0)}\right)^{\frac{\xi_1\%}{\eta_1}}$$

$$=\frac{a\lambda L_1}{(\lambda-1)(\eta_1-\xi_1)}+\frac{aL_1}{\xi_1(\lambda-1)}-\frac{(a-1)B\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}a}{1-a\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}. \tag{66}$$

观察到等式右边严格为正，等式左边为关于$X_1(0)$的严格递减函数，所以可以唯一的确定$X_1(0)$。

（65）式表明$K_1(t_{1,1})$不依赖于$K_1(0)$，因此（64）式表明，只要国家 1 是发展较晚的国家，对所有$n\geq 1$均有$K_1(t_{1,n})$不依赖于$K_1(0)$。为保证产品 0 和产品 1 在 0 时刻同时被生产，必须要求$L_1<X_1^*(0)\leq\lambda L_1$。

根据（66）式，为保证$X_1^*(0)\leq\lambda L_1$，要求

$$K_{1,0}\leq J_{1,1}\equiv K_1(t_{1,1})=-\frac{a\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}{1-a\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}}\frac{L_1}{\lambda-1}\left[\frac{\xi_1\left(a-\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}\right)(1-\lambda)+\eta_1(a-\lambda)\left(\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}-1\right)}{(\eta_1-\xi_1)\xi_1}\right],$$

根据（20）式得此式严格为正。为保证$X_1^*(0)>L_1$，结合（66）式，要求

$$K_{1,0}>\frac{a}{\left(1-a\lambda^{\frac{-\xi_1}{\eta_1}}\right)(\lambda-1)}\frac{\eta_1L_1}{(\eta_1-\xi_1)\xi_1}\left[\frac{\left(1-\lambda^{1-\frac{\xi_1}{\eta_1}}\right)\left(1-\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}\right)}{\lambda^{\frac{\xi_1}{\eta_1}}}\right].$$

观察到不等式右边恰为（59）式给出的$\vartheta_{1,0}$!

因为$K_1(t_{1,1})$已知（由（65）式给出），对$n\geq 2$有$K_1(t_{1,n})$被（64）式唯一确定。因此，对任意$t\geq 0$，$K(t)$可由（60）或（62）和（63）式明确地计算出。因为$X_1^*(0)$被（66）式唯一确定，所以此处$t_{i,n}=\frac{\log\frac{\lambda^nL_1}{X_1(0)}}{h_1}$，对任意$n\geq 0$。

结合（62）和（60）式，得到对$i=i^{**}$，

$$K_i(t)=\begin{cases}\dfrac{-\dfrac{aX_i(0)}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}e^{h_i t}+\dfrac{-aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\left[K_{i0}+\dfrac{\dfrac{aX_i(0)}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}+\dfrac{aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}\right]e^{\xi_i t} & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,1}]\\ \alpha_{i,n}+\beta_{i,n}e^{h_i t}+\gamma_{i,n}e^{\xi_i t} & \text{when} \quad t\in[t_{i,n},t_{i,n+1}],\ \text{for any } n\geq 1\end{cases}$$

（67）

此处$t_{i,n}=\frac{\log\frac{\lambda^n L_1}{X_1(0)}}{h_1}$，以及对任意$n\geq 1$，

$$\alpha_{i,n}=-\frac{a^n(a-\lambda)L_i}{\xi_i(\lambda-1)},$$

$$\beta_{i,n}=-\left(\frac{a^{n+1}-a^n}{\lambda^{n+1}-\lambda^n}\right)\frac{X_i(0)}{(h_i-\xi_i)},$$

$$\gamma_{i,n}=\left[\frac{\lambda^n L_i}{X_i(0)}\right]^{-\frac{\xi_i}{h_i}}\left\{\vartheta_{i,n}+\frac{\left(a^{n+1}-a^n\right)L_i}{\lambda-1}\left[\frac{1}{(h_i-\xi_i)}+\frac{(a-\lambda)}{\xi_i(a-1)}\right]\right\}.$$

注意到

$$\vartheta_{i,1}\equiv K_i(t_{i,1})=\frac{-\dfrac{a\lambda L}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}+\frac{-aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\left[K_{i0}+\frac{\dfrac{aX_i(0)}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}+\frac{aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}\right]\left(\frac{\lambda L_i}{X_i(0)}\right)^{\frac{\xi_i}{h_i}},$$

以及$\{\vartheta_{i,n}\}_{n=2}^{\infty}$均为常数，当$K_i\left(t_{i,n-1}\right)$已知，$\vartheta_{i,n}\equiv K_i\left(t_{i,n}\right)$可用（67）式依次递归计算得到。初始产出$X_1(0)$由从横截条件得到的（66）式唯一确定，$X_2(0)$可以用相同的方法得到。

结合表 1，易知当$K_i(0)\in(\vartheta_{i,0},\vartheta_{i,1})$，$i=i^{**}$，在 0 时刻产品 0 和产品 1 均被生产。每个产业的产出为

$$x_{i,n}^{*}(t)=\begin{cases}\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{n}-\lambda^{n-1}}-\dfrac{L_i}{\lambda-1} & \text{when} \quad t\in[t_{i,n-1},t_{i,n}]\\ -\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{n+1}-\lambda^{n}}+\dfrac{\lambda L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[t_{i,n},t_{i,n+1}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}, \text{ for all } n\geq 2$$

$$x_{i,1}^{*}(t)=\begin{cases}\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}-L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,1}]\\ -\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{2}-\lambda}+\dfrac{\lambda L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[t_{i,1},t_{i,2}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases},$$

$$x_{i,0}^{*}(t)=\begin{cases}L_i-\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}-L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,1}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases},$$

如（18）式所示，此处$h_i=\tilde{h}(i)$。用图像表示，如图 5，产品 0 和产品 1 的多样化锥被“截去”。

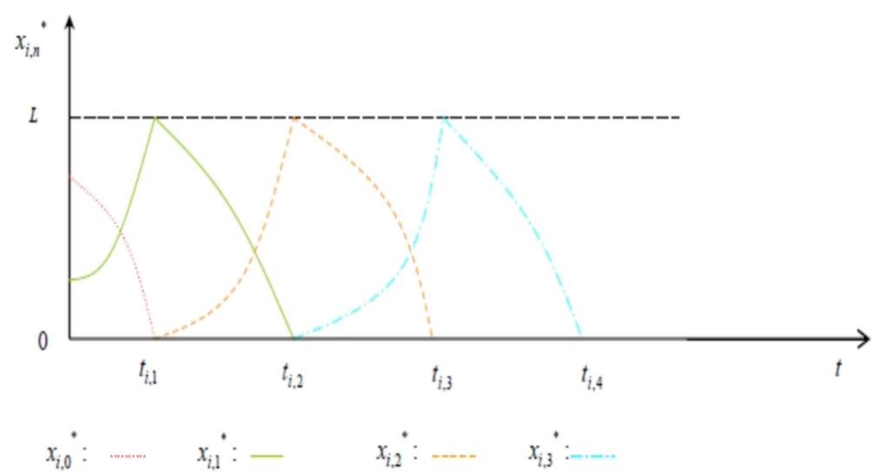

图 5 当$t_{i,0}=0$且$t_{i,1}>0$时国家$\boldsymbol{i}$含国际贸易的产业动态

类似的，$K_i(0)$使得对某个$\tilde{n}\geq 1$，使得在 0 时刻生产产品$\tilde{n}$和产品$\tilde{n}+1$，则产业动态为

$$x^*_{i,n}(t)=\begin{cases}\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{n}-\lambda^{n-1}}-\dfrac{L_i}{\lambda-1} & \text{when} \quad t\in[t_{i,n-1},t_{i,n}]\\ -\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{n+1}-\lambda^{n}}+\dfrac{\lambda L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[t_{i,n},t_{i,n+1}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}, \text{ for all } n\geq\tilde{n}+2$$

$$x^*_{i,\tilde{n}+1}(t)=\begin{cases}\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{\tilde{n}+1}-\lambda^{\tilde{n}}}-\dfrac{L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,\tilde{n}+1}]\\ -\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{\tilde{n}+2}-\lambda^{\tilde{n}+1}}+\dfrac{\lambda L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[t_{i,\tilde{n}+1},t_{i,\tilde{n}+2}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases},$$

$$x^*_{i,\tilde{n}}(t)=\begin{cases}-\dfrac{X_i(0)e^{h_i t}}{\lambda^{\tilde{n}+1}-\lambda^{\tilde{n}}}+\dfrac{\lambda L_i}{\lambda-1}, & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,\tilde{n}+1}]\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases},$$

$x^*_{i,n}(t)=0$ for any $t\geq 0$ and any $n\leq\tilde{n}-1$.

相应的产业动态可由下图展现。

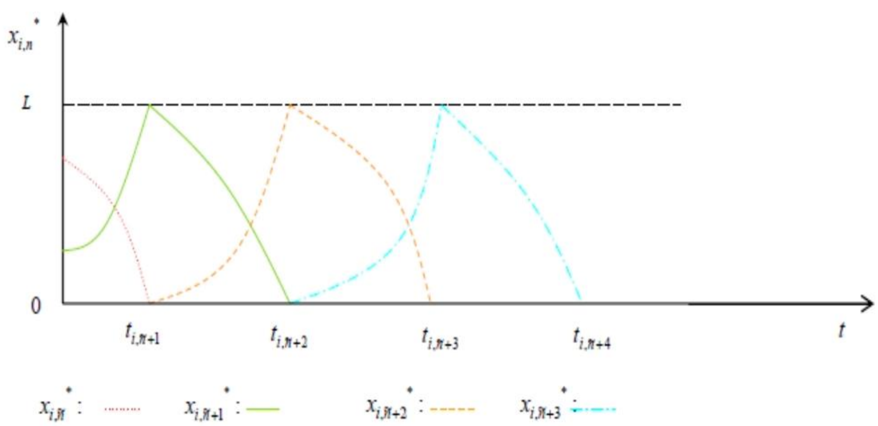

图 6 对某个$\tilde{n}\geq 1$，当$t_{i,\tilde{n}}=0$且$t_{i,\tilde{n}+1}>0$时，国家i含国际贸易的产业动态

第三部分

之前第一第二部分的推导已经证明了如下的定理，表明了在发展较晚国家$i = i^{**} \in \{1,2\}$中，初始产业和$X_i(0)$是如何被决定的。为阐述方便，定义

$$\tilde{B}_i \equiv \frac{L_i}{\lambda - 1}\left[\frac{\lambda^{\frac{\chi_i}{\eta_i}} - \lambda}{\eta_i - \chi_i} + \frac{(\alpha - \lambda)\left(\lambda^{\frac{\chi_i}{\eta_i}} - 1\right)}{\chi_i(\alpha - 1)}\right] < 0. \tag{68}$$

定理 11：假设$i = i^{**}$。[1]当$K_{i,0} \in (0, \vartheta_{i,0}]$，国家$\boldsymbol{i}$的初始产出为

$$X_i(0) = L_i,$$

以及资本积累函数为

$$K_i(t) = \begin{cases} K_{i,0}e^{\chi_i t}, & \text{for} \quad t \in [0, t_{i,0}] \\ \dfrac{-\dfrac{\alpha L_i}{\lambda - 1}}{\eta_i - \chi_i}e^{\eta_i t} + \dfrac{-\alpha L_i}{\chi_i(\lambda - 1)} + \left[\vartheta_{i,0} + \dfrac{\dfrac{\alpha L_i}{\lambda - 1}}{\eta_i - \chi_i} + \dfrac{\alpha L_i}{\chi_i(\lambda - 1)}\right]e^{\chi_i t} & \text{for} \quad t \in [t_{i,0}, t_{i,1}] \\ \alpha_{i,n} + \beta_{i,n}e^{\eta_i t} + \gamma_{i,n}e^{\chi_i t}, & \text{for} \quad t \in [t_{i,n}, t_{i,n+1}], \text{ any } n \geq 1 \end{cases};$$

[2]当$K_{i,0} \in (\vartheta_{i,0}, \vartheta_{i,1}]$，$X_i(0)$被下式唯一确定

$$\left[K_{i,0} + \frac{\alpha L_i}{\chi_i(\lambda - 1)} + \frac{\alpha X_i(0)}{(\lambda - 1)(\eta_i - \chi_i)}\right]\left(\frac{\lambda L_i}{X_i(0)}\right)^{\frac{\chi_i}{\eta_i}}$$

$$= \frac{\alpha L_i}{\chi_i(\lambda - 1)} + \frac{\alpha\lambda L_i}{(\lambda - 1)(\eta_i - \chi_i)} - \frac{\alpha(\alpha - 1)\tilde{B}_i\lambda^{\frac{-\chi_i}{\eta_i}}}{1 - \alpha\lambda^{\frac{-\chi_i}{\eta_i}}};$$

以及

$$K_i(t)=\begin{cases}\dfrac{-\dfrac{aX_i(0)}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}e^{h_i t}+\dfrac{-aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\left[K_{i0}+\dfrac{\dfrac{aX_i(0)}{\lambda-1}}{h_i-\xi_i}+\dfrac{aL_i}{\xi_i(\lambda-1)}\right]e^{\xi_i t} & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,1}] \\ \alpha_{i,n}+\beta_{i,n}e^{h_i t}+\gamma_{i,n}e^{\xi_i t} & \text{when} \quad t\in[t_{i,n},t_{i,n+1}] \text{ for any } n\geq 1\end{cases};$$

[3]当$K_{i,0}\in(\vartheta_{i,m},\vartheta_{i,m+1})$*，对任意*$m\geq 1$*，*$X_i(0)$*被下式唯一确定*

$$\left[K_{i,0}+\frac{a^m(a-\lambda)L_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\frac{a^{m+1}-a^m}{\lambda^{m+1}-\lambda^m}\frac{X_i(0)}{(h_i-\xi_i)}\right]\left[\frac{\lambda^{m+1}L_i}{X_i(0)}\right]^{\frac{\xi_i}{h_i}}$$

$$=\frac{a^m(a-\lambda)L_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\left(\frac{a-1}{\lambda-1}\right)\frac{a^m\lambda L_i}{(h_i-\xi_i)}-\frac{a(a-1)\tilde{B}_i\lambda^{\frac{-\xi_i}{h_i}}}{1-a\lambda^{\frac{-\xi_i}{h_i}}},$$

以及

$$K_i(t)=\begin{cases}\alpha_{i,m}+\beta_{i,m}e^{h_i t}+\left[K_i(0)+\dfrac{a^m(a-\lambda)L_i}{\xi_i(\lambda-1)}+\dfrac{a^{m+1}-a^m}{\lambda^{m+1}-\lambda^m}\dfrac{X_i(0)}{(h_i-\xi_i)}\right]e^{\xi_i t}, & \text{when} \quad t\in[0,t_{i,m+1}] \\ \alpha_{i,n}+\beta_{i,n}e^{h_i t}+\gamma_{i,n}e^{\xi_i t}, & \text{when} \quad t\in[t_{i,n},t_{i,n+1}] \text{ for any } n\geq m+1\end{cases},$$

此处$\widetilde{B}_\iota$*由（68）式给出，*$\alpha_{i,n}$*，*$\beta_{i,n}$*，*$\gamma_{i,n}$*分别由（28）-（30）式定义。对任意*$n\geq 0$*，*$t_{i,n}$*由定理 7 给出，*$\vartheta_{i,n}$*由定理 6 给出。*

附录 4。证明引理 2。

对于国家 1 中典型的家庭，预算约束为$P_1C_{1,1}+P_2(1+\tau_2)C_{1,2}=P_1X_1+T_1$。（2）式的效用函数表明$C_{11}=\alpha(X_1+\frac{T_1}{P_1})$，$C_{12}=\frac{\beta(P_1X_1+T_1)}{P_2(1+\tau_2)}$。类似的，国家 2 中的家庭预算约束为$P_1(1+\tau_1)C_{2,1}+P_2C_{2,2}+=P_2X_2+T_2$。因此，必然有$C_{21}=\frac{\alpha(P_2X_2+T_2)}{P_1(1+\tau_1)}$，$C_{22}=\beta(X_2+\frac{T_2}{P_2})$。在均衡条件下，关税收入为$T_1=\frac{\beta\tau_2P_1X_1}{(1+\alpha\tau_2)}$及$T_2=\frac{\alpha\tau_1P_2X_2}{(1+\beta\tau_1)}$。代入产品 1 和产品 2 的市场清出条件，得到

$$a(X_1+\frac{P_2t_2C_{1,2}}{P_1})+a\frac{P_2X_2+P_1t_1C_{2,1}}{P_1(1+t_1)}=X_1,$$

$$\frac{b\left(P_1X_1+P_2t_2C_{1,2}\right)}{P_2(1+t_2)}+b(X_2+\frac{P_1t_1C_{2,1}}{P_2})=X_2,$$

意味着

$$C_{11}=\frac{a(1+t_2)X_1}{(1+at_2)};\ C_{12}=\frac{aX_2}{(1+bt_1)}.$$

$$C_{21}=\frac{bX_1}{(1+at_2)};\ C_{22}=\frac{\left(t_1+1\right)bX_2}{1+bt_1}.$$

则（31）和（32）式可自然得到。（33）式可简单推导得到。观察到在此静态模型中，每个国家分散的生产决定不受国际贸易的影响，所以X_1和X_2恰为表 1 中给出的值。

证毕。

附录 5。证明引理 3。

按照与第三节同样的方法，建立如下的汉密尔顿方程：

$$H_{n,n+1}=\frac{C_1(t)^{1-s}-1}{1-s}e^{-rt}+h_{n,n+1}\frac{a^{n+1}-a^n}{l^{n+1}-l^n}\left[x_1K(t)-\left[\begin{array}{c}\left[\dfrac{C_1(t)(1+at_2)^a(1+bt_1)^b}{aX_2^b(t)(1+t_2)^a}\right]^{\frac{1}{a}}\\ -\dfrac{l^n(a-l)}{a-1}L\end{array}\right]\right].$$

用一阶条件，得到

$$C_1(t)^{-s}e^{-rt}=h_{n,n+1}\frac{a^{n+1}-a^n}{l^{n+1}-l^n}\frac{1}{a}C_1(t)^{\frac{1}{a}-1}\left[\frac{(1+at_2)^a(1+bt_1)^b}{aX_2^b(t)(1+t_2)^a}\right]^{\frac{1}{a}},$$

此式得出

$$(\frac{1}{\alpha}+\sigma-1)\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)}=\xi_1-\rho+\frac{\beta}{\alpha}\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)}-\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\alpha\tau_2}-\frac{\beta}{\alpha}\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\beta\tau_1}+\frac{\hat{\tau}_2}{\tau_2+1}.$$

类似的，对于国家 2，有

$$H_{m,m+1}=\frac{C_2(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}+\eta_{m,m+1}\left[\xi_2K(t)-\frac{a^{m+1}-a^m}{\lambda^{m+1}-\lambda^m}\left[\left[\frac{C_1(t)(1+\alpha\tau_2)^{\alpha}(1+\beta\tau_1)^{\beta}}{\beta X_1^{\alpha}(t)(1+\tau_1)^{\beta}}\right]^{\frac{1}{\beta}}-\frac{\lambda^m(a-\lambda)}{a-1}L\right]\right],$$

可得到

$$(\frac{1}{\beta}+\sigma-1)\frac{\dot{C}_2(t)}{C_2(t)}=\xi_2-\rho+\frac{\alpha}{\beta}\frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)}-\frac{\alpha}{\beta}\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\alpha\tau_2}-\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\beta\tau_1}+\frac{\hat{\tau}_1}{\tau_1+1}.$$

此外，（34）式表明

$$\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)}-\frac{\dot{C}_2(t)}{C_2(t)}=\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\tau_2}-\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\tau_1}.$$

（31）式表明

$$\frac{\dot{C}_1(t)}{C_1(t)}=\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\tau_2}-\alpha\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\alpha\tau_2}-\beta\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\beta\tau_1}+\alpha\frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)}+\beta\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)},$$

以及（32）式表明

$$\frac{\dot{C}_2(t)}{C_2(t)}=\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\tau_1}-\alpha\frac{\alpha\hat{\tau}_2}{1+\alpha\tau_2}-\beta\frac{\beta\hat{\tau}_1}{1+\beta\tau_1}+\alpha\frac{\dot{X}_1(t)}{X_1(t)}+\beta\frac{\dot{X}_2(t)}{X_2(t)}.$$

解上述方程可得（36）-（39）式。

证毕。

附录 6。不对称的柯布-道格拉斯加总。

本文之前的分析假设两国对两个最终品有相同的支出比。现令该比率为国家每个国家特有。假设

$$C_i = C_{i,1}^{a_i} C_{i,2}^{b_i},\ a_i\ ^3\ 0, b_i\ ^3\ 0, a_i + b_i = 1 \text{ for } i\ \hat{I}\ \{1,2\}. \tag{69}$$

同时假设$\alpha_1 \geq \alpha_2$来刻画倾向国内产品这一效应（home country bias effect）。在长期动态自由贸易均衡中，有

$$h_1(t) = \frac{(1-s)\left[r b_2 - b_2 x_1 + b_1(x_2 - r)\right] + x_1 - r}{s\left[a_2 + b_1(1-s) + (1-a_2)s\right]}; \tag{70}$$

$$h_2(t) = \frac{r(a_1 - a_2)(1-s) - r + (1-s)(a_2 x_1 - a_1 x_2) + x_2}{s\left[a_2 + b_1 + (a_1 - a_2)s\right]}; \tag{71}$$

$$q_1(t) = \frac{\left[a_1 - (1-s)(a_1 - a_2)\right]x_1 + b_1 x_2 - r\left[1 - (1-s)(a_1 - a_2)\right]}{s\left[a_2 + b_1 + (a_1 - a_2)s\right]}; \tag{72}$$

$$q_2(t) = \frac{a_2 x_1 + \left[b_2 - (1-s)(a_1 - a_2)\right]x_2 - r\left[1 - (1-s)(a_1 - a_2)\right]}{s\left[a_2 + b_1 + (a_1 - a_2)s\right]}. \tag{73}$$

当$\alpha_1 = \alpha_2$（因此$\beta_1 = \beta_2$），上述方程退化为（14）-（16）式。可以证明，消费增长率随着国内和国外的 ISTP 参数增加均严格递增。此外，当且仅当跨期替代弹性大于 1 时，产出增长率随着贸易伙伴的 ISTP 速率增加而增加。所以在更一般的设定中，关键结论仍然有效。

附录 7。一般 CES 阿明顿加总（General CES Armington Aggregation）

前文中的柯布-道格拉斯阿明顿加总假设，表明支出份额固定且不受任何贸易政策影响，但可能并不与实际情况相符。若（1）式中的阿明顿贸易假设变为更一般的 CES 函数，提高关税通常导致进口商品支出份额的下降。此结论被其他研究所支持，如 Eaton & Kortum（2001），其中支出份额被贸易壁垒内生的影响。本文通过简单地假设$\beta_1'(\tau_2) < 0$来采取简约化方法（reduced-form approach）。此即，增加进口自国家 2 产品的关税，会导致国家 1 总进口支出份额的下降。同时假设$\alpha_2'(\beta_1) > 0$来刻画通常的一般均衡效应（general equilibrium effect）：当一个国家进口更多（因此收入中用于消费进口品的比率增加），其贸易伙伴会因为其产出中更大的份额用于出口，而同样会增加进口。可易得

$$\frac{\partial q_1(t)}{\partial b_1} \propto \left(x_2 - x_1\right)\left[a_2 + \left(1 - a_2\right)s - \left(1 - s\right)b_1 a_2^{'}(b_1)\right],$$

$$\frac{\partial^2 q_1(t)}{\partial b_1^2} \propto \left(x_2 - x_1\right)(s - 1)\left[a_2^{'}(b_1\%) + b_1 a_2^{"}(b_1)\right],$$

$$\frac{\partial h_1(t)}{\partial b_1} \propto \left(1 - s\right)\left(x_2 - x_1\right)\left[a_2 + \left(1 - a_2\right)s - \left(1 - s\right)b_1 a_2^{'}(b_1)\right],$$

$$\frac{\partial^2 h_1(t)}{\partial b_1^2} \propto - \left(1 - s\right)^2\left(x_2 - x_1\right)\left[a_2^{'}(b_1) + b_1 a_2^{"}(b_1)\right].$$

首先，结论表明，当两国技术增长率相同（ξ_1-ξ_2）或$\alpha_2 + (1-\alpha_2)\sigma$-$(1-\sigma)\beta_1\alpha_2^{'}(\beta_1) = 0$时，进口品支出份额的变化既不会影响消费增长率，也不会影响产出增长率。

其次，若$\xi_1 \neq \xi_2$且$\alpha_2 + (1-\alpha_2)\sigma$-$(1-\sigma)\beta_1\alpha_2^{'}(\beta_1) \neq 0$，当$\sigma \in (0,1)$，消费增长率和产出增长率会因进口支出份额而向相同方向变化；而当$\sigma \in (1,\infty)$，变化方向相反。当$\sigma = 1$，产出增长率并不依赖于进口份额。但依据于国外技术参数是否比国内更高，消费增长率可能会随着进口份额而增长或者下降。

更具体地说，假设$\xi_1 > \xi_2$且$\sigma \in (1,\infty)$。消费增长率随着进口份额严格递减（$\frac{\partial \theta_1(t)}{\partial \beta_1} < 0$），而产出增长率随其严格递增（$\frac{\partial h_1(t)}{\partial \beta_1} > 0$）。结合$\beta_1^{'}(\tau_2) < 0$，此结论表明，当跨期替代弹性小于 1 时，对于相较于其贸易伙伴拥有更高的资本品生产效率的国家，关税减少会导致产出增长率的增加和消费增长率的减少。对其贸易伙伴，影响相反。为理解此经济直觉，观察到关税减少会带来几个方向相反的竞争性的效应。第一，因为消费支出中更大的份额会被用于国外进口，国家 1 的消费决策会更加依赖于进口品的跨期变化。因为$\xi_2 < \xi_1$，相较于本国产出，进口会变得更加昂贵。此结果会带来两种影响。一是跨期替代效应，倾向于将明天的消费替换到今天，因此降低了储蓄率和产出增长率。二是负向收入效应（negative income effect）。产出收入下降，因此消费者倾向于减少消费并增加储蓄，从而会增加产出增长率。但是第一种效应总是占主导地位，所以净效应为降低产出增长。第三种效应来自于$\alpha_2^{'}(\beta_1) > 0$所刻画的，对国家 1 而言出口市场的扩大。此效应倾向于提升国内收入水平。但是，因为$\xi_2 < \xi_1$，国家 2 的市场增加的更加缓慢，故出口收入增加的更加缓慢，从而倾向于提升现在的储蓄率并降低消费，所以产出增长率提高。当跨期替代弹性小于 1 时，跨期替代效应占主导地位。因此产出增长率最终会随着关税的减少而增加。因为进口占据了消费更大的份额，以及进口因为$\xi_2 < \xi_1$而增加的更加缓慢，所以消费增长率会下降。当$\xi_1 < \xi_2$时，以上所有的结果都会相反。

与之相比，现假设$\sigma \in (0,1)$，并继续假设$\xi_1 > \xi_2$。在此种情况下，当$\beta_1\alpha_2^{'}(\beta_1) > \alpha_2(\beta_1) + \frac{\sigma}{1-\sigma}$，消费增长率和产出增长率均随进口份额增加而增加。而当

$\beta_1\alpha_2^{'}(\beta_1) < \alpha_2(\beta_1) + \frac{\sigma}{1-\sigma}$，相反的事实成立。换言之，消费增长率和产出增长率均达到局部最大值当

$$\beta_1\alpha_2^{\prime}(\beta_1) = \alpha_2(\beta_1) + \frac{\sigma}{1-\sigma}. \tag{74}$$

此外，假设对任意$\beta_1 \in (0,1)$，$\phi(\beta_1) > 1$，此处$\phi(\beta_1) \equiv -\frac{\beta_1\alpha_2^{''}(\beta_1)}{\alpha_2^{'}(\beta_1)}$。经济意义上讲，$\phi(\beta_1)$为国家 2 进口支出份额的边际变化，相较于国家 1 进口支出份额变化的弹性。则消费增长率和产出增长率均为进口份额β_1的严格凹函数。进一步，假设$\alpha_2(\beta_1)$满足如下的类稻田条件（Inada-like condition）：

$$\lim_{\beta_1 \to 0} \beta_1\alpha_2^{\prime}(\beta_1) > \alpha_2(\beta_1) + \frac{\sigma}{1-\sigma} > \alpha_2^{\prime}(1), \tag{75}$$

则当$\beta_1 = \beta_1^{*}$时，$h_1(t)$和$\theta_1(t)$均达到唯一的全局最大值；此处β_1^{*}是（74）式的唯一解而且$\frac{\partial\beta_1^{*}}{\partial\sigma} < 0$。假设通过选一些有限（可能为负）的$\tau_2$且$\beta_1^{'}(\tau_2) < 0$，$\beta_1$可在$(0,1)$之间取到任何值。此结果表明存在有限个非零的关税（补贴）税率使得消费和产出增长率均达到最大值。而且，跨期替代弹性越大，使得增长率最大的关税税率越小。

Industrial Dynamics, International Trade and Economic Growth

Yong Wang

Center For New Structural Economics, Peking University

Email address: yongwang@nsd.pku.edu.cn Phone: 86-18810668170. Mailing Address: Room 416 N, Overseas Exchange Center, Peking University, #5 Yiheyuan Road, Haidian District, Beijing 100871, China.

Abstract

A New Structural Economics model with two large countries is developed to explore how international trade and dynamic trade policies affect life-cycle dynamics of different underlying industries and aggregate economic growth. Analytical solutions are obtained to show two main results: (1) Industrial upgrading and aggregate economic growth are endogenously synchronized. Moreover, Investment-specific technological progress (ISTP) in the trade partner would facilitate industrial upgrading and aggregate growth if and only if the inter-temporal elasticity of substitution is larger than unity; (2) Acceleration of trade liberalization would have a non-monotonic impact on aggregate growth and industrial dynamics.

Key words: Industrial Dynamics, International Trade, Economic Growth

JEL Classification Code： F43, L16, O41